

جامعة محمد الصديق بن يحيى - جيجل  
كلية العلوم والتكنولوجيا



القسم :	الكترونيك
الاختصاص :	ماسٲر 1 - الكترونيك الأنظمة المضمنة
المادة :	Systèmes Embarqués dans l'Industrie
رمز المادة :	ESE 20
نوع :	استكشاف
الفصل :	السداسي الثاني
مسؤول المادة :	أ.د. عبدالكريم بوكابو

الفهرس:

01	مقدمة
05	الفصل الأول: مراجعة تحويل لابلاس
13	الفصل الثاني: تمثيل أنظمة الرقابة
29	الفصل الثالث: تحليل استجابة أنظمة الرقابة
49	الفصل الرابع: مراقبة أنظمة الرقابة باستعمال المراقب PID
57	الفصل الخامس: تحليل ومراقبة أنظمة الرقابة في بيئتي العمل MATLAB و PROTEUS
99	الفصل السادس: مراقبة أنظمة الرقابة الصناعية باستعمال المراقب PID
123	خاتمة



## مقدمة

الحمد لله رب العالمين والصلاة والسلام على نبينا محمد ﷺ

محتوى هذه المادة موجه لطلبة الماستر سنة أولى شعبة الالكترونىك - اختصاص الكرونىك الأنظمة المضمنة.

تعنى هذه المادة بدراسة وتحليل استجابة أنظمة الرقابة لتأثير إشارات المدخل الاختبارية، وبالأخص إشارة المدخل المعطاة بخطوة الوحدة. سنعمد طيلة الدراسة والتحليل على استخراج دالة تحويل الأنظمة من الرتب الأولى والثانية باستعمال خصائص تحويل لابلاس وتحويل لابلاس العكسي. بالإضافة إلى ما سبق، سنتطرق إلى دراسة وتحليل النتائج باستعمال بيئة العمل MATLAB. وبما أن أغلب الأنظمة تحتاج إلى مراقبة خارجية لتحسين الاستجابة، سنتطرق إلى تطبيق المراقب PID على الأنظمة السالفة الذكر وذلك باستعمال مختلف صيغ المراقب.

إن تمثيل المخطط الهيكلي لدالة التحويل يكتسي أهمية بالغة عند دراسة وتحليل استجابة الأنظمة. في هذا الإطار، سنتطرق إلى تمثيل المخطط الهيكلي لدالة التحويل الحلقة المغلقة تحت تأثير المراقب PID باستعمال بيئتي العمل MATLAB / Simulink و PROTEUS.

من الناحية العملية، سنتطرق بوجه الخصوص إلى مراقبة أنظمة الرقابة الصناعية ذات التركيبة الالكترونية وذلك باستعمال وحدات المراقبة الإلكترونية التناظرية وكذلك وحدات المراقبة الإلكترونية الرقمية.

المراجع المعتمدة :

- [1]. ع. بوكابو « نظرية وتطبيقات تحويل لابلاس » ديوان المطبوعات الجامعية، الطبعة الأولى 2013، الطبعة الثانية 2018.
- [2]. H. Saeed « Automatic Control Systems » Katarias & Sons, 2010.
- [3]. N.S. Nise « Control Systems Engineering » 6th ed. John Wiley & Sons, 2011.
- [4]. V. Michal et al., « Single Active Element PID Controllers », IEEE Radioelektronika, 2010

## الترجمة العلمية

الكلمة العلمية	الترجمة العلمية المعتمدة
Laplace	لابلاس
Dirac	ديراك
Newton	نيوتن
Ohm	أوم
Kirchhoff	كيرشوف
Control system	نظام رقابة
Input	مدخل
Output	مخرج
Feedback	رجعي
Sensor	مُجسّ
Control device	عنصر تحكم
Actuator	محفز
Open loop	حلقة مفتوحة
Closed loop	حلقة مغلقة
Complex variable	المتغير المركب
Transfer function	دالة تحويل
State-space representation	نموذج فضاء الحالة
Block diagram	مخطط هيكلي
Low-pass filter	مُرَشِّحة الترددات المنخفضة
High-pass filter	مُرَشِّحة الترددات المرتفعة
Operational amplifier	مضخم التشغيل
Impedance	ممانعة
Ground	وصل الكهرباء بالأرض
Transient response	استجابة عابرة
Time response	استجابة زمنية

Steady state response	استجابة الحالة المُستقرّة
Time constant	ثابت الزمن
Impulse	نبضة
Rising time	زمن الصعود
Peak time	زمن الذروة
Maximum peak	الذروة القصوى
Settling Time	زمن الاستكانة
Oscillations	اهتزازات
Overdamped	شديد التخميد
Underdamped	منخفض التخميد
Undamped	اللاتخميد
Critical damped	تخميد حرج
Control unit	وحدة مُراقبة
Gain	كسب
Proportional gain	كسب تناسبي
Integral gain	كسب تكاملي
Derivative gain	كسب اشتقاقي
Analog	تناظري
Digital	رقمي
Analog electronic controller units	وحدات المُراقبة الإلكترونية التناظرية
Digital electronic controller units	وحدات المُراقبة الإلكترونية الرقمية
Transducers	محولات الطاقة
PWM (Pulse Width Modulation)	تضمين عرض النبضة
Duty cycle	دورة العمل

إِذَا الْعِلْمُ لَمْ تَعْلَمْ بِهِ صَارَ حُجَّةً عَلَيْكَ وَلَمْ تُعْذِرْ يَمًا أَنْتَ جَاهِلُهُ

أ.د. عبدالكريم بوكابو

[aboukabou@univ-jijel.dz](mailto:aboukabou@univ-jijel.dz)

جيجل، ماي 2020 – رمضان 1441



## الفصل الأول: مراجعة تحويل لابلاس وتحويل لابلاس العكسي

### مقدمة

نعلم أنَّ الغالبية العظمى من الانظمة الفيزيائية تكون خطية ضمن نطاق محدد من المتغيرات. يُعتبر تحويل لابلاس طريقة مثالية لحل المعادلات التفاضلية التي تُعبر عن تصرف النظام حيث يتم استبدال العمليات المعقدة مثل معادلات الفوارق والمعادلات التفاضلية الجزئية بعمليات جبرية دون اللجوء إلى النظريات التي تتطلب جهداً إضافياً لإيجاد الحل النهائي.

لقد تم التطرق إلى تحويل لابلاس بالتفصيل في كتاب صدر لنا من طرف ديوان المطبوعات الجامعية بعنوان: "نظرية وتطبيقات تحويل لابلاس" عدد الفصول: 6 عدد الصفحات: 352، رقم النشر: 5470، ر.م.د.ك: 0-8-9610171-9-978، سنة النشر: الطبعة الأولى 2013 ؛ الطبعة الثانية 2018.

❖ تنويه 1: تجدر الإشارة إلى أنه سيتم استعمال المتغير  $p$  بدل ما هو موجود في الكتاب السالف الذكر حيث تم استعمال حينها المتغير  $s$  وهذا قصد موافقة المواد المكتسبة خلال السداسيات السابقة.

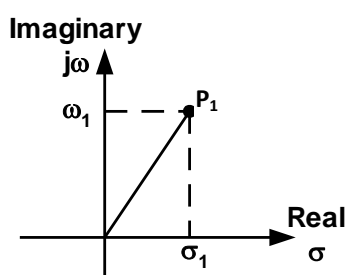
### 1.1 التمثيل البياني للمتغيرات المركبة

قبل التطرق إلى المفاهيم المتعلقة بتحويل لابلاس، يجب التنويه أنَّ تحويل لابلاس يستعمل المتغيرات المركبة. نعلم أنَّ المتغير المركب  $p$  يتكون من جزء حقيقي وجزء تخيلي كما يلي :

$$p = \sigma + j\omega \quad (1.1)$$

حيث أنَّ  $\sigma$  و  $\omega$  يُمثلان الجزء الحقيقي والتخيلي، على التوالي و  $j^2 = -1$ .

يتم تمثيل بيانياً المتغيرات المركبة في معلم متعامد ومتجانس بدلالة الجزء الحقيقي والتخيلي كما هو موضح في الشكل 1.1 بالنسبة للمتغير المركب  $p_1$ .



الشكل 1.1. تمثيل العدد المركب  $p_1$ .

حيث تُعرّف كل من طولية العدد المركب  $|p|$  والزاوية  $\theta$  كما يلي:

$$|p| = \sqrt{\sigma^2 + \omega^2} \quad , \quad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{\sigma}\right) \quad (2.1)$$

وعلى هذا الأساس، يمكن التعبير عن الدوال المركبة بدلالة كل من  $\sigma$  و  $\omega$ .

**مثال 1.1 :** تفكيك الدالة المركبة  $G(p) = \frac{1}{p}$  إلى جزء حقيقي وجزء تخيلي.

**الحل:** من خلال العبارة (1.1) يمكن التعبير عن الدالة  $G(p)$  كما يلي

$$G(p) = G(\sigma + j\omega) = \frac{1}{\sigma + j\omega + 1} \quad (3.1)$$

يتم تفكيك الدالة المركبة  $G(p)$  إلى جزء حقيقي وجزء تخيلي وذلك بجداء كل من بسط ومقام الدالة بمرافق المقام. ومنه نتحصل على الحل الموالي:

$$\begin{aligned} G(p) = G_{\text{Re}} + jG_{\text{Im}} &= \frac{1}{(\sigma + 1) + j\omega} \times \frac{(\sigma + 1) - j\omega}{(\sigma + 1) - j\omega} \\ &= \frac{\sigma + 1}{(\sigma + 1)^2 + \omega^2} + j \frac{-\omega}{(\sigma + 1)^2 + \omega^2} \end{aligned} \quad (4.1)$$

**2.1 تعريف تحويل لابلاس:** إذا كانت الدالة  $f$  متغيرة بدلالة الزمن؛ أي أن  $f(t) = 0$  من أجل  $t < 0$ ، في هذه الحالة، سيكون حد التكامل من مبدأ الزمن، ما يُمكننا من كتابة تحويل لابلاس على النحو التالي

$$F(p) = L\{f(t)\} = \int_0^{\infty} f(t)e^{-pt} dt \quad (5.1)$$

من جهة أخرى، يمكن حساب تحويل لابلاس وذلك باستعمال النهايات حيث أن

$$F(p) = L\{f(t)\} = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \int_0^{\tau} f(t)e^{-pt} dt \quad (6.1)$$

(التعريف مقتبس من المرجع 1 ص 6)

❖ تنويه 2: يتم حساب النهاية السابقة بشرط أن يكون الجزء الحقيقي للمتغير  $p$  موجب تماماً ( $\sigma > 0$ ) وإلا لن تتمكن من حساب النهاية.

**مثال 1.2.1:** حساب تحويل لابلاس للدالة  $f(t) = A$  مع  $A$  عدد ثابت.

**الحل:** باستعمال النهاية (6.1) نجد أن

$$\begin{aligned} F(p) = L\{f(t)\} &= L\{A\} = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \int_0^{\tau} Ae^{-pt} dt = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \left( \frac{A}{-p} e^{-pt} \Big|_0^{\tau} \right) \\ &= \frac{A}{p} \lim_{\tau \rightarrow \infty} \left( -e^{-pt} \Big|_0^{\tau} \right) \end{aligned} \quad (7.1)$$

وعليه، نجد أن

$$F(p) = \frac{A}{p} \quad (8.1)$$

**مثال 2.2.1 :** حساب تحويل لابلاس للدالة  $h(t) = e^{-at}$  مع  $a > 0$ .  
**الحل :** مباشرة نتحصل على

$$H(p) = \mathcal{L}\{e^{-at}\} = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \int_0^{\tau} e^{-at} e^{-pt} dt = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \int_0^{\tau} e^{-(p+a)t} dt = \frac{1}{(p+a)} \lim_{\tau \rightarrow \infty} \left( -e^{-(p+a)t} \Big|_0^{\tau} \right) \quad (9.1)$$

$$= \frac{1}{p+a}$$

❖ تنويه 3: بالاعتماد على ما سبق، تشير أسماء المتغيرات باستعمال أحرف لاتينية صغيرة إلى متغيرات بدلالة الزمن بينما تشير أسماء المتغيرات باستعمال أحرف لاتينية كبيرة إلى متغيرات بدلالة تحويل لابلاس. على سبيل المثال ، يشير المتغير  $v$  إلى المتغير بدلالة الزمن  $v(t)$  ، بينما يشير المتغير  $V$  إلى المتغير بدلالة تحويل لابلاس  $V(p)$ .

نستعرض في الجدول 1.1 التالي تحويل لابلاس لأهم الدوال المستعملة عند دراسة الأنظمة الكهربائية. مع العلم أننا قمنا بسرد أكثر من 200 تحويل لابلاس وتحويل لابلاس العكسي في ملحق المرجع 1.

**الجدول 1.1.** تحويل لابلاس لأهم الدوال.

الدالة $f(t)$	تحويل لابلاس $F(p)$
1	$\frac{1}{p}$
t	$\frac{1}{p^2}$
$e^{-at}$	$\frac{1}{p+a}$
$te^{-at}$	$\frac{1}{(p+a)^2}$
$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$
$\cos \omega t$	$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$
$e^{-at} \sin \omega t$	$\frac{\omega}{(p+a)^2 + \omega^2}$
$e^{-at} \cos \omega t$	$\frac{p}{(p+a)^2 + \omega^2}$
$\delta(t)$	1

حيث أن  $\delta(t)$  عبارة عن نبضة ديراك.

بالإضافة إلى الجدول السابق، نستعرض من خلال الجدول 2.1 التالي أهم خصائص تحويل لابلاس.

الجدول 2.1. أهم خصائص تحويل لابلاس.

الدالة $f(t)$	تحويل لابلاس $F(p)$
$c_1 f_1(t) + c_2 f_2(t)$	$c_1 F_1(p) + c_2 F_2(p)$
$f(t - a)$	$e^{-ap} F(p)$
$e^{-at} f(t)$	$F(p + a)$
$f(at)$	$\frac{1}{a} F\left(\frac{p}{a}\right)$
$\frac{d}{dt} f(t)$	$pF(p) - f(0)$
$\frac{d^2}{dt^2} f(t)$	$p^2 F(p) - pf(0) - \frac{df}{dt}(0)$
$\int_0^t f(\tau) d\tau$	$\frac{F(p)}{p} - \frac{f^{-1}(0)}{p}$ $f^{-1}(0) = \left( \int_0^t f(\tau) d\tau \right)_{t=0}$
$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = f(0)$	$\lim_{p \rightarrow \infty} pF(p)$
$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t)$	$\lim_{p \rightarrow 0} pF(p)$

### 3.1 حل المعادلات التفاضلية العادية للأنظمة الديناميكية باستعمال تحويل لابلاس

يتم الحصول على المعادلات التفاضلية التي تصف الأداء الديناميكي لنظام فيزيائي معين باستخدام القوانين الفيزيائية الموافقة للعملية، وينطبق هذا النهج بشكل جيد على الأنظمة الميكانيكية، الكهربائية، الموائع والأنظمة الترموديناميكية. فعلى سبيل المثال، يتم تطبيق قوانين نيوتن لدراسة الأنظمة الميكانيكية، بينما يتم تطبيق قوانين كيرشوف لدراسة الأنظمة الكهربائية.

تعطى المعادلات التفاضلية العادية لنظام فيزيائي معين بالصيغة العامة التالية

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y(t) = f(t) \quad (10.1)$$

حيث أن الدالة  $f(t)$  هي دالة المدخل،  $y(t)$  هي دالة المخرج و  $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0$  عبارة عن ثوابت. إن من أهم استعمالات تحويل لابلاس وتحويل لابلاس العكسي هو إيجاد حلول المعادلات التفاضلية، حيث أن الهدف من تطبيق تحويل لابلاس هو تبسيط حل المعادلة إلى صيغة جبرية بدلالة المتغير  $p$  ومن ثم استنتاج الاستجابة الزمنية باستعمال تحويل لابلاس العكسي.

لحل المعادلات التفاضلية باستعمال تحويل لابلاس، تتبع الخطوات التالية:

أ. تطبيق تحويل لابلاس على طرفي المعادلة التفاضلية (10.1)؛

ب. تبسيط المعادلة إلى عبارة بدالة تحويل لابلاس  $Y(p)$ ؛

ت. حساب تحويل لابلاس العكسي  $y(t) = L^{-1}\{Y(p)\}$  من خلال تعويض الشروط الابتدائية.

### 1.3.1 حل المعادلات التفاضلية العادية من الرتبة الأولى

يتم التعبير عن المعادلات التفاضلية من الرتبة الأولى على النحو التالي

$$a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y(t) = f(t) \quad (11.1)$$

بتطبيق تحويل لابلاس، نجد أن

$$\begin{aligned} L\{a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y(t)\} &= L\{f(t)\} \Rightarrow a_1 [pY(p) - y(0)] + a_0 Y(p) = F(p) \\ \Rightarrow Y(p) &= \frac{1}{a_1 p + a_0} [F(p) + a_1 y(0)] \end{aligned} \quad (12.1)$$

ونستنتج الحل  $y(t)$  بتطبيق تحويل لابلاس العكسي مع تعويض عبارة تحويل لابلاس لدالة المدخل  $F(p)$  والقيمة الابتدائية  $y(0)$ .

**مثال 1.3.1 أ:** حل المعادلة التفاضلية العادية التالية باستعمال تحويل لابلاس

$$10 \frac{dy}{dt} + 2y(t) = e^{-t}, \quad y(0) = 0 \quad (13.1)$$

**الحل:** من خلال العلاقة (12.1) نجد أن

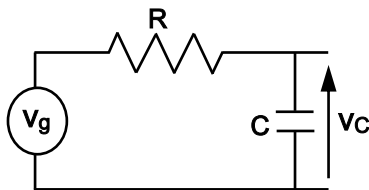
$$Y(p) = \frac{1}{10p+2} \times \frac{1}{p+1} = \frac{5/4}{10p+2} - \frac{1/8}{p+1} = \frac{5}{40} \frac{1}{p+0.2} - \frac{1}{8} \frac{1}{p+1} \quad (14.1)$$

وبتطبيق تحويل لابلاس العكسي، نتحصل على الحل  $y(t)$  التالي

$$y(t) = \frac{5}{40} e^{-0.2t} - \frac{1}{8} e^{-t} \quad (15.1)$$

**مثال 1.3.1 ب:** استخراج عبارة  $v_C(t)$  للدائرة الكهربائية الموضحة في الشكل 1.3.1 باعتبار أن الجهد

المطبق في الدارة الكهربائية ثابت  $v_g(t) = E$  وباعتبار أن  $v_C(0) = v_0$ .



الشكل 1.3.1 ب. دائرة كهربائية RC على التسلسل.

الحل: من خلال قانون أوم، لدينا

$$v_R(t) = Ri(t) \quad (16.1)$$

حيث أن عبارة التيار بدلالة فرق الكمون بين طرفي المكثفة

$$i(t) = C \frac{dv_C(t)}{dt} \quad (17.1)$$

بتعويض عبارة  $i(t)$  للمعادلة (17.1) في المعادلة (16.1) نستنتج أن

$$v_R(t) = Ri(t) = RC \frac{dv_C(t)}{dt} \quad (18.1)$$

بتطبيق قانون كيرشوف على الدارة وتعويض عبارة  $v_R(t)$  السابقة نجد أن

$$v_g(t) - v_R(t) - v_C(t) = 0 \Rightarrow v_g(t) - RC \frac{dv_C(t)}{dt} - v_C(t) = 0 \quad (19.1)$$

بعد إعادة الترتيب وتطبيق تحويل لابلاس على طرفي المعادلة (19.1) نتحصل على

$$L\{RC \frac{dv_C(t)}{dt} + v_C(t)\} = L\{v_g(t)\} \quad (20.1)$$

باستعمال خاصية الاشتقاق المعطاة في الجدول 2.1، نستنتج العبارة التالية

$$RC[pV_C(p) - v_C(0)] + V_C(p) = V_g(p) \Rightarrow V_C(p) = \frac{1}{RCp+1} [V_g(p) + RCv_0] \quad (21.1)$$

حيث  $v_C(0) = v_0$ .

بما أن  $v_g(t) = E$ ، أي أن  $V_g(p) = \frac{E}{p}$ ، ومنه وبالتعويض في العبارة (21.1) نتحصل على

$$V_C(p) = \frac{1}{RCp+1} \left( \frac{E}{p} + RCv_0 \right) = \frac{E}{p} \times \frac{(1/RC)}{p+(1/RC)} + \frac{v_0}{p+(1/RC)} \quad (22.1)$$

باستعمال خاصية تفكيك الكسور إلى مجموع عناصر بسيطة، نجد أن

$$V_C(p) = \frac{E}{p} - \frac{E}{p+(1/RC)} + \frac{v_0}{p+(1/RC)} \quad (23.1)$$

بتطبيق تحويل لابلاس العكسي نتحصل على الحل الموافق للجهد بين طرفي المكثفة  $v_C(t)$  كما يلي

$$\begin{aligned} v_C(t) &= L^{-1}\{V_C(p)\} = L^{-1}\left\{ \frac{E}{p} - \frac{E}{p+(1/RC)} + \frac{v_0}{p+(1/RC)} \right\} = E - Ee^{-t/RC} + v_0e^{-t/RC} \\ &= E(1 - e^{-t/RC}) + v_0e^{-t/RC} \end{aligned} \quad (24.1)$$

ونستنتج عبارة فرق الكمون بين طرفي المقاومة  $v_R(t)$  كما يلي

$$\begin{aligned} v_R(t) &= E - v_C(t) = E - E(1 - e^{-t/RC}) - v_0 e^{-t/RC} \\ &= E e^{-t/RC} - v_0 e^{-t/RC} \end{aligned} \quad (25.1)$$

بفرض أن المكثفة غير مشحونة عند بداية الزمن، أي أن  $v_C(0) = v_0 = 0$ ، بالتعويض في المعادلتين (24.1) و (25.1) السابقتين نستنتج العبارات التالية

$$\begin{aligned} v_C(t) &= E(1 - e^{-t/RC}) \\ v_R(t) &= E e^{-t/RC} \end{aligned} \quad (26.1)$$

#### 1.4.1 حل المعادلات التفاضلية العادية من الرتبة الثانية

تكون العبارة العامة لمعادلة تفاضلية من الرتبة الثانية على النحو التالي

$$a_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y(t) = f(t) \quad (27.1)$$

بتطبيق تحويل لابلاس نجد أن

$$\begin{aligned} L\{a_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y(t)\} &= L\{f(t)\} \\ \Rightarrow a_2[p^2 Y(p) - py(0) - \frac{dy}{dt}(0)] + a_1[pY(p) - y(0)] + a_0 Y(p) &= F(p) \\ \Rightarrow Y(p) &= \frac{1}{a_2 p^2 + a_1 p + a_0} [F(p) + a_2 py(0) + a_2 \frac{dy}{dt}(0) + a_1 y(0)] \end{aligned} \quad (28.1)$$

نستنتج الحل  $y(t)$  وذلك بتطبيق تحويل لابلاس العكسي مع تعويض عبارة الدالة  $f(t)$  والقيم الابتدائية  $y(0)$  و  $\frac{dy}{dt}(0)$ .

#### مثال 1.4.1 أ: حل المعادلة التفاضلية التالية

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} - 2y(t) = 4e^{-t}, \quad y(0) = \frac{dy}{dt}(0) = 0 \quad (29.1)$$

الحل: من خلال العلاقة (28.1) نجد أن

$$Y(p) = \frac{1}{p^2 + p - 2} \times \frac{4}{p + 1} = \frac{4}{(p - 1)(p + 2)(p + 1)} = \frac{2/3}{p - 1} + \frac{4/3}{p + 2} + \frac{-2}{p + 1} \quad (30.1)$$

بتطبيق تحويل لابلاس العكسي على العبارة الأخيرة، نتحصل على الحل  $y(t)$  التالي

$$y(t) = \frac{2}{3} e^t + \frac{4}{3} e^{-2t} - 2e^{-t} \quad (31.1)$$

مثال 1.4.1.ب : حل المعادلة التفاضلية التالية

$$\frac{d^2y}{dt^2} - y(t) = \sin(t), \quad y(0) = \frac{dy}{dt}(0) = 0 \quad (32.1)$$

الحل: بتطبيق تحويل لابلاس على طرفي المعادلة

$$L\left\{\frac{d^2y}{dt^2} - y(t)\right\} = L\{\sin(t)\} \quad (33.1)$$

من خلال الجدول 1.1 لدينا  $L\{\sin(t)\} = \frac{1}{p^2 + 1}$ ، ومنه وتعويض الشروط الابتدائية نستنتج ما يلي

$$Y(p) = \frac{1}{p^2 - 1} \times \frac{1}{p^2 + 1} = \frac{1/2}{p^2 - 1} - \frac{1/2}{p^2 + 1} \quad (34.1)$$

بتطبيق تحويل لابلاس العكسي على العبارة الأخيرة، نتحصل على الحل  $y(t)$  التالي

$$y(t) = \frac{1}{2} \sinh t - \frac{1}{2} \sin t \quad (35.1)$$

$$L\{\sinh(t)\} = \frac{1}{p^2 - 1} \quad \text{لأنَّ}$$

## الفصل الثاني: تمثيل أنظمة الرقابة

### مقدمة

يعتمد نظام رقابة على أسس ومبادئ نظريات تحليل الأنظمة، حيث لا تنحصر تطبيقاته على ميدان بعينه ولكن على عدة ميادين بما فيها الإلكترونيك، الكيمياء، الميكانيك، هندسة الطيران، البيئة، الهندسة المدنية والزراعية على سبيل المثال لا الحصر. بصفة أدق فإنّ نظام رقابة هو عبارة عن دمج لمختلف إعدادات النظام قصد الحصول على استجابة مرجوة آنفاً كما هو موضح في الشكل 1.2.



الشكل 1.2. التمثيل العام لنظام رقابة.

بالنسبة لأي نظام رقابة، فإنّه يوجد دوماً مدخل مرجعي (مؤثر) والذي يعمل من خلال دالة تحويل على إنتاج تأثير معين حيث ينتج عنه مخرج (استجابة) خاضع للرقابة.

بصفة عامة، يمكن تمثيل أنظمة الرقابة باستعمال عدة صيغ بما فيها نموذج فضاء الحالة وكذا المخطط الهيكلي حيث وبمجرد الحصول على تمثيل ملائم لنظام الرقابة قيد الدراسة واستبداله بما يُوافقه باستعمال تحويل لابلاس، فإنّه يتم استخدام أساليب ملائمة لدراسة وتحليل تصرف النظام.

في هذا الفصل، سنتطرق إلى كيفية استنتاج دالة تحويل أنظمة الرقابة، خاصةً منها أنظمة الرقابة الديناميكية والكهربائية. ضف إلى ذلك، سنتطرق بالتفصيل إلى كيفية تمثيل العلاقة بين متغيرات نظام الرقابة من خلال المخطط الهيكلي.

### 1.2 دالة تحويل أنظمة الرقابة

لنفرض أنّه يتم التعبير على المدخل بدلالة تحويل لابلاس  $U(p)$  ويتم التعبير على المخرج بدلالة تحويل لابلاس  $Y(p)$ ، وعليه فإنّه يتم التعبير على دالة التحويل  $G(p)$  كما يلي

$$G(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} \quad (1.2)$$

وعلى هذا الأساس، يتم تعريف دالة التحويل أنظمة الرقابة على أنها نسبة تحويل لابلاس لمخرج النظام إلى تحويل لابلاس لمدخل النظام وذلك بافتراض أنّ جميع الشروط الأولية معدومة. من أجل تحديد دالة تحويل أنظمة الرقابة، من الضروري نزع المتغيرات الوسيطة والتي تُعبر عن تصرفات النظام. هذا ما يسمح الحصول على علاقة مباشرة بين مدخلات ومخرجات النظام.

فيما يلي إجراءات تحديد دالة تحويل نظام رقابة ما:

- أ. تشكيل معادلات النظام.
- ب. تطبيق تحويل لابلاس على معادلات النظام بافتراض أنّ الشروط الأولية كلها معدومة.
- ت. تحديد دالتي المدخل والمخرج الخاصة بنظام الرقابة.
- ث. أخذ نسبة تحويل لابلاس لكل من المخرج والمدخل.

**مثال 1.2:** تحديد دالة تحويل نظام رقابة حيث يتم التعبير عن المدخل و المخرج بالعبارات التالية.

$$\begin{cases} u(t) = 1 \\ y(t) = -2e^{-t} \end{cases} \quad (t > 0) \quad (2.2)$$

**الحل:** بتطبيق تحويل لابلاس على دالتي المدخل والمخرج، نتحصل على

$$\begin{cases} U(p) = L\{u(t)\} = \frac{1}{p} \\ Y(p) = L\{y(t)\} = -\frac{2}{p+1} \end{cases} \quad (3.2)$$

ومنه فإنّه يتم التعبير على دالة التحويل كما يلي

$$G(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = -\frac{2p}{p+1} \quad (4.2)$$

### 1.1.2 دالة تحويل الأنظمة الديناميكية

كما تم التطرق إليه في الفصل السابق، يتم الحصول على المعادلات التفاضلية للأنظمة الديناميكية من خلال استخدام القوانين الفيزيائية لنيوتن. فيما يلي سنستعرض بعض التطبيقات الفيزيائية ونتبع خطوات إجراءات تحديد دالة تحويل نظام الرقابة.

#### تطبيق 1.1.2.أ. نظام رقابة سرعة المركبات

لنفترض أن لدينا نظام رقابة سرعة المركبات كما هو موضح في الشكل التالي



الشكل 1.1.2.أ. نظام رقابة سرعة المركبات.

إنّ نموذج نظام رقابة السرعة بسيط نسبياً وذلك باعتبار أنّ مقاومة الدوران وسحب الهواء يتناسبان مع سرعة المركبة، ومنه يمكن استخراج عبارة النظام من خلال قانون نيوتن الثاني كما يلي.

$$F = ma \quad (5.2)$$

حيث أنّ  $F$  تُعبّر عن مجموع القوى المطبقة على النظام،  $m$  يرمز إلى كتلة المركبة و  $a$  يرمز إلى تسارع المركبة؛  $a = \frac{dv}{dt}$ .

على اعتبار أنّ المركبة تخضع لقوة الدفع  $u$  بدلالة السرعة  $v$  ومقاومة الهواء  $F_b = -bv$ . وعليه، فإنّه يتم إعادة صياغة العلاقة السابقة كما يلي

$$u - F_b = ma \Rightarrow u - bv = m \frac{dv}{dt} \quad (6.2)$$

بعد إعادة ترتيب العبارة السابقة، نجد أنَّ

$$m \frac{dv}{dt} + bv = u \quad (7.2)$$

والتي تمثل معادلة النظام.

بتطبيق تحويل لابلاس على طرفي المعادلة وبفرض أنَّ الشروط الأولية كلها معدومة، نتحصل على

$$L\{m \frac{dv}{dt} + bv\} = L\{u\} \Rightarrow mpV(p) + bV(p) = U(p) \quad (8.2)$$

ومنه نستنتج دالة تحويل النظام على النحو التالي

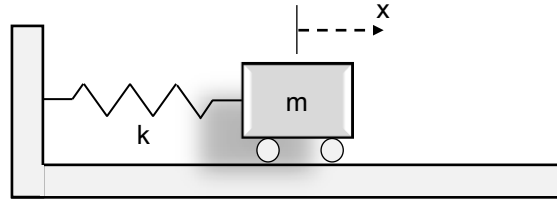
$$G(p) = \frac{V(p)}{U(p)} = \frac{1}{mp + b} \quad (9.2)$$

بفرض أنَّ  $m = 1000 \text{ kg}$  ،  $b = 50 \text{ N} \cdot \text{sec} / \text{m}$  و  $u = 1 \text{ N}$  ، ومنه

$$G(p) = \frac{1}{1000p + 50} \quad (10.2)$$

### تطبيق 1.1.2. ب. نظام رقابة حركة جسم متحرك

لنفترض أنَّ لدينا النظام الديناميكي متكون من جسم متحرك ونابض كما هو موضح في الشكل التالي.



الشكل 1.1.2. ب. نظام رقابة حركة جسم متحرك.

من خلال قانون نيوتن، لدينا

$$F = ma \quad (11.2)$$

حيث أنَّ  $F$  تُعبر عن مجموع القوى المطبقة على النظام،  $m$  يرمز إلى كتلة الجسم المتحرك و  $a$  يرمز إلى تسارع الجسم. على اعتبار أنَّ الجسم المتحرك يخضع لقوة الدفع  $F$  وقوة إرجاع النابض  $F_k = -kx$  بدون إهمال الاحتكاك  $F_b = -bv$ . وعليه، فإنَّه يتم إعادة صياغة العلاقة السابقة كما يلي

$$F - F_k - F_b = m \frac{d^2x}{dt^2} \Rightarrow F - kx - b \frac{dx}{dt} = m \frac{d^2x}{dt^2} \quad (12.2)$$

بعد إعادة ترتيب العبارة السابقة، نجد أنَّ

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = F \quad (13.2)$$

والتي تمثل معادلة النظام.

بتطبيق تحويل لابلاس على طرفي المعادلة وبما أن الشروط الأولية كلها معدومة، نتحصل على

$$L\{m \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx\} = L\{F\} \Rightarrow mp^2X(p) + bpX(p) + kX(p) = F(p) \quad (14.2)$$

ومنه نستنتج دالة تحويل النظام على النحو التالي

$$G(p) = \frac{F(p)}{X(p)} = \frac{1}{mp^2 + bp + k} \quad (15.2)$$

بفرض أن  $m = 1 \text{ kg}$  ،  $b = 10 \text{ N} \cdot \text{s} / \text{m}$  ،  $k = 20 \text{ N} / \text{m}$  و  $F = 1 \text{ N}$  ، ومنه

$$G(p) = \frac{1}{p^2 + 10p + 20} \quad (16.2)$$

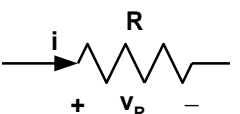
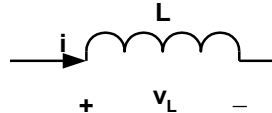
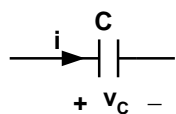
### 2.1.2 دالة تحويل الدارات الكهربائية والالكترونية

يتم التعبير على دالة تحويل الدارات الكهربائية والالكترونية بدلالة تحويل لابلاس، حيث تُعبر هذه الأخيرة على العلاقة بين مدخلات ومخرجات النظام. غالباً ما يتم اعتبار الجهد المطبق في دارة كهربائية على أساس أنه مدخل النظام بينما يتم اعتبار التيار الكهربائي على أساس أنه مخرج النظام. يمكن كذلك اعتبار فرق الكمون الناتج بين طرفي أحد عناصر الدارة الكهربائية أو أحد أجزاء الدارة على أساس مخرج النظام وهذا ما يسمح بتحديد سلوك كل عنصر أو جزء من الدارة. فيما يلي سنتطرق إلى كيفية تحديد دالة التحويل لأهم أنواع الدارات الكهربائية.

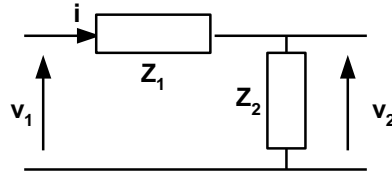
#### 2.1.2.أ دالة تحويل الدارات الكهربائية ذات العناصر الخاملة

نستعرض من خلال الجدول 2.1.2.أ المعادلات التفاضلية التي تصف سلوك العناصر الخاملة في الدارات الكهربائية بما فيها المقاومة  $R$ ، الوشعة  $L$ ، والمكثفة  $C$ .

الجدول 2.1.2.أ. خصائص العناصر الكهربائية الخاملة.

العنصر الكهربائي	التمثيل الكهربائي	الممانعة	فرق الكمون بدلالة $t$	فرق الكمون بدلالة $p$
المقاومة $R$		$Z_R = R$	$v_R(t) = R \times i(t)$	$V_R(p) = R \times I(p)$
الوشعة $L$		$Z_L = Lp$	$v_L = L \frac{di}{dt}$	$V_L(p) = Lp \times I(p)$
المكثفة $C$		$Z_C = \frac{1}{Cp}$	$v_C = \frac{1}{C} \int i dt$	$V_C(p) = \frac{I(p)}{Cp}$

مثال 2.1.2.أ: حساب دالة تحويل الدارة الكهربائية المعطاة في الشكل أدناه.



الشكل 2.1.2.أ. دارة كهربائية باستعمال العناصر الكهربائية الخاملة.

الحل : من خلال قانون كيرشوف، لدينا

$$\begin{aligned} v_1(t) &= (Z_1 + Z_2) \times i(t) \\ v_2(t) &= Z_2 \times i(t) \end{aligned} \quad (17.2)$$

وباعتبار أن  $v_1(t)$  تُمثّل مدخل النظام وأن  $v_2(t)$  تُمثّل مخرج النظام، ومنه نستنتج معادلة النظام بأخذ التيار الكهربائي عامل مشترك من كلا المعادلتين السابقتين. وعليه نتحصل على معادلة النظام التالية

$$v_2(t) = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} v_1(t) \quad (18.2)$$

بتطبيق تحويل لابلاس على العبارة (18.2) مع افتراض أن جميع الشروط الابتدائية معدومة، نجد

$$V_2(p) = \frac{Z_2(p)}{Z_1(p) + Z_2(p)} V_1(p) \quad (19.2)$$

وعليه يمكن كتابة دالة التحويل  $G(p)$  على النحو التالي

$$G(p) = \frac{V_2(p)}{V_1(p)} = \frac{Z_2(p)}{Z_1(p) + Z_2(p)} \quad (20.2)$$

فيما يلي نستعرض صيغة دالة تحويل النظام بفرض ما يلي:

- الممانعتين  $Z_1$  و  $Z_2$  تُعبّران عن مقاومة ومكثفة، على التوالي. وعليه نستنتج مباشرةً عبارة دالة التحويل التالية

$$G(p) = \frac{Z_C(p)}{Z_R(p) + Z_C(p)} = \frac{1/Cp}{R + 1/Cp} = \frac{1}{RCp + 1} \quad (21.2)$$

تُسمى الدارة في هذه الحالة "دارة مُرَشِّحة الترددات المنخفضة" حيث لا تسمح إلا بعبور الإشارات ذات الترددات المنخفضة.

- الممانعتين  $Z_1$  و  $Z_2$  تُعبّران عن مقاومة ووشيعة، على التوالي. وعليه نستنتج عبارة دالة التحويل كما يلي

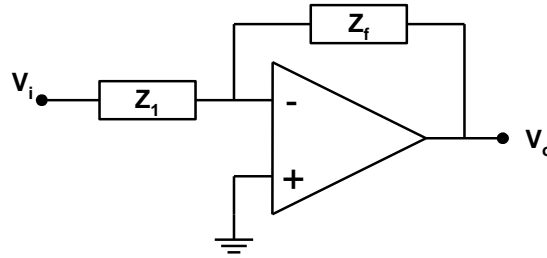
$$G(p) = \frac{Z_2(p)}{Z_1(p) + Z_2(p)} = \frac{Lp}{R + Lp} \quad (22.2)$$

تُسمى الدارة في هذه الحالة "دارة مُرَشِّحة الترددات المرتفعة".

### 2.1.2. ب دالة تحويل دائرة مضخم التشغيل

لقد تم استعمال بكفاءة عالية الترانزستورات لبناء مضخمات الجهد والتيار ذات خصائص مهمة بما فيها مكسب مرتفع جداً وممانعة إدخال عالية. يطلق على هذا النوع من العناصر الالكترونية بمضخمات التشغيل. تم إضافة الكلمة "تشغيل" لأنه يمكن استخدام هذا النوع من العناصر الالكترونية لأداء العمليات الحسابية بما فيها الجمع الطرح والضرب مع استعمال الإشارات. في الواقع، يمكن أيضاً استخدام مضخمات التشغيل لحساب تكامل أو اشتقاق الإشارات. لهذا السبب يتم استخدام مضخم التشغيل على نطاق واسع في أنظمة الرقابة.

مثال 2.1.2. ب : لتكن الدارة الكهربائية التالية



الشكل 2.1.2. ب. دائرة كهربائية باستعمال مضخم التشغيل.

يُعرّف هذا النوع من أشكال توصيل مضخم التشغيل باسم المضخم الرجعي وذلك نتيجة توصيل المدخل الموجب لمضخم التشغيل بالأرض والمدخل السالب لمضخم التشغيل بالمخرج. تُدعى الممانعة  $Z_f$  في هذه الحالة بالممانعة الرجعية.

نفرض أن التيار الذي يمر عبر كل من الممانعتين  $Z_f$  و  $Z_1$  هو  $i$ . وعليه فإنّه وتطبيق قانون كيرشوف نتحصل على العلاقتين التاليتين عند المدخل السالب ( $V^-$ ) لمضخم التشغيل

$$\begin{cases} V_i - Z_1 i - V^- = 0 \\ V_o + Z_f i - V^- = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{V_i - V^-}{Z_1} = \frac{V^- - V_o}{Z_f} \quad (23.2)$$

بما أن  $V^+ = 0$ ، وعليه  $V^- = V^+ = 0$ . بالتعويض في العبارة (23.2)، نجد أن

$$\frac{V_i}{Z_1} = -\frac{V_o}{Z_f} \quad (24.2)$$

ونستنتج مباشرة دالة التحويل التالية

$$G(p) = \frac{V_o(p)}{V_i(p)} = -\frac{Z_f(p)}{Z_1(p)} \quad (25.2)$$

بفرض أن  $Z_1 = R \parallel C$  و  $Z_f = R$ . أي أن

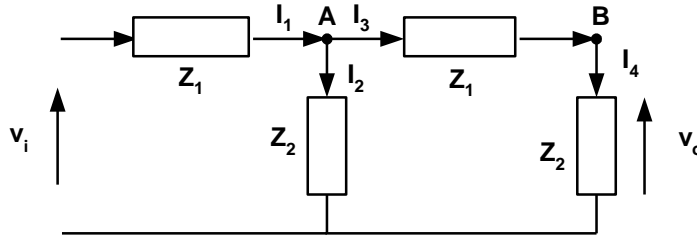
$$Z_1 = \frac{R(1/Cp)}{R + (1/Cp)} = \frac{R}{RCp + 1}, \quad Z_f = R \quad (26.2)$$

ومنّه نستنتج مباشرةً من خلال العبارة (25.2) دالة التحويل التالية

$$G(p) = -RCp - 1 \quad (27.2)$$

### 2.1.2. دالة تحويل الدارات الكهربائية ذات العناصر المتتالية

في حالة ما إذا كانت الدارة الكهربائية تتكون من عدة عناصر متتالية ؛ وقصد الحصول على دالة التحويل، نقوم بتطبيق طريقة العقدة حيث يتم دراسة العلاقة بين المدخل والمخرج عند كل عقدة وذلك انطلاقاً من المدخل الرئيسي للدارة. وفي الأخير يتم استنتاج دالة التحويل من خلال كل العلاقات السابقة. لتبسيط الطريقة المتبعة، نفترض أن لدينا دارة كهربائية ذات عناصر متتالية كما هي موضحة في الشكل 2.1.2.ت.



الشكل 2.1.2.ت. دارة كهربائية ذات عناصر كهربائية متتالية.

في هذه الحالة، يتم دراسة العلاقة بين المدخلات والمخرجات عند العقدتين A و B كل على حدى.  
- دراسة العلاقة بين المدخل والمخرج عند العقدة A : لدينا

$$I_1 = I_2 + I_3 \quad (28.2)$$

حيث أن

$$I_1 = \frac{V_i - V_A}{Z_1}, \quad I_2 = \frac{V_A}{Z_2}, \quad I_3 = \frac{V_A - V_B}{Z_1} = \frac{V_A - V_o}{Z_1} \quad (29.2)$$

بالتعويض نجد أن

$$\frac{V_i - V_A}{Z_1} = \frac{V_A}{Z_2} + \frac{V_A - V_o}{Z_1} \Rightarrow \frac{V_i}{Z_1} = \left( \frac{1}{Z_2} + \frac{2}{Z_1} \right) V_A - \frac{1}{Z_1} V_o \quad (30.2)$$

- دراسة العلاقة بين المدخل والمخرج عند العقدة B : لدينا

$$I_3 = I_4 \quad (31.2)$$

حيث أن

$$I_3 = \frac{V_A - V_o}{Z_1}, \quad I_4 = \frac{V_o}{Z_2} \quad (32.2)$$

بالتعويض نجد أن

$$\frac{V_A - V_o}{Z_1} = \frac{V_o}{Z_2} \Rightarrow V_A = \left( 1 + \frac{Z_1}{Z_2} \right) V_o \quad (33.2)$$

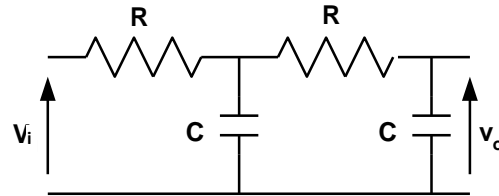
بتعويض قيمة  $V_A$  الأخيرة في العبارة (30.2) نتحصل على

$$\begin{aligned} \frac{V_i}{Z_1} &= \left( \frac{1}{Z_2} + \frac{2}{Z_1} \right) \left( 1 + \frac{Z_1}{Z_2} \right) V_o - \frac{1}{Z_1} V_o = \left( \frac{(Z_1 + 2Z_2)(Z_1 + Z_2)}{Z_2^2 Z_1} - \frac{1}{Z_1} \right) V_o \\ \Rightarrow V_i &= \frac{Z_1^2 + 3Z_1 Z_2 + Z_2^2}{Z_2} V_o \end{aligned} \quad (34.2)$$

ومنه نستنتج دالة التحويل التالية

$$G(p) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{Z_2^2}{Z_1^2 + 3Z_1 Z_2 + Z_2^2} \quad (35.2)$$

نفرض أن الدارة الكهربائية 2.1.2 ت بدلالة العناصر RC المتتالية كما يلي



الشكل 2.1.2. ت. (ملحق) دائرة كهربائية ذات عناصر RC متتالية.

من خلال العلاقة (35.2) السابقة، وبوضع  $Z_1 = R$  و  $Z_2 = \frac{1}{Cp}$ ، نستنتج دالة التحويل التالية

$$G(p) = \frac{\frac{1}{(Cp)^2}}{R^2 + \frac{3R}{Cp} + \frac{1}{(Cp)^2}} = \frac{1}{R^2 C^2 p^2 + 3RCp + 1} \quad (36.2)$$

تطبيق عملي: من أجل  $R = 1M\Omega$  و  $C = 1\mu F$ ، نستنتج أن

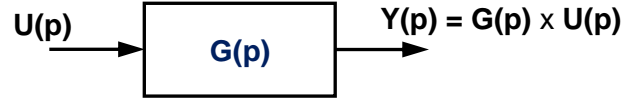
$$G(p) = \frac{1}{p^2 + 3p + 1} \quad (37.2)$$

### 3.2 المخطط الهيكلي لأنظمة الرقابة

تكمّن أهمية دالة التحويل بالأخص عند تمثيل العلاقة بين متغيرات النظام وذلك باستعمال المخطط الهيكلي، حيث يُعتبر هذا الأخير أحسن وسيلة لدراسة أنظمة الرقابة.

يسمح المخطط الهيكلي بنمذجة النظام وذلك بتقسيمه إلى أنظمة فرعية، حيث يُمثّل كل واحد منها هيكل جزئي يتميز بدالة تحويل معينة. وعليه، فإنّه تتم معرفة الاستجابة العامة للنظام من خلال معرفة استجابة دالة التحويل المدخل والمخرج الخاص بكل هيكل جزئي. ويتم الربط بين مختلف الهياكل الجزئية فيما بينها باستخدام أسهم والتي تحدد مسار تدفق إشارات المدخلات والمخرجات.

الشكل التالي يوضح المخطط الهيكلي العام لنظام رقابة والذي يتكوّن من المدخل  $U(p)$ ؛ المخرج  $Y(p)$  ودالة التحويل  $G(p)$ . تُشير جهة الأسهم إلى اتجاه حركة الإشارات حيث أنّ المخرج  $Y(p)$  عبارة عن حاصل جداء المدخل  $U(p)$  مع دالة التحويل  $G(p)$ .



الشكل 3.2. مخطط هيكلي لنظام رقابة.

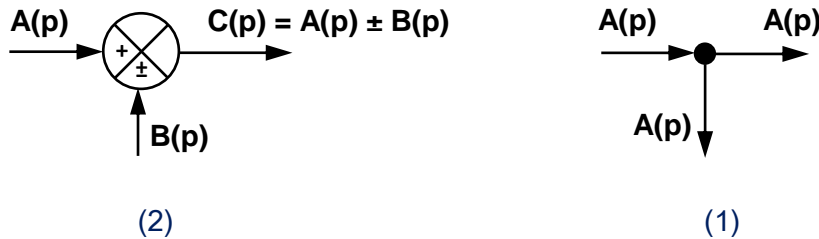
وعلى هذا الأساس يمكن تشكيل المخطط الهيكل للنظام بأكمله من خلال ربط الهياكل الجزئية فيما بينها وفقاً لجهة تدفق الإشارة.

### 1.3.2 العمليات الأساسية على المخططات الهيكلية

فيما يلي نستعرض أهم العمليات على المخططات الهيكلية.

#### 1.3.2.أ. تجميع وتفرع الهياكل

يغضّ النظر عن الوظيفة الأساسية للهيكل، هناك رمزان أساسيان يتم استخدامهما عند تمثيل المخطط الهيكلي وهما نقطة التجميع ونقطة التفرع (أو نقطة الالتقاء)، كما هو موضح في الشكلين 1.3.2.أ. (1) و (2)، على التوالي.



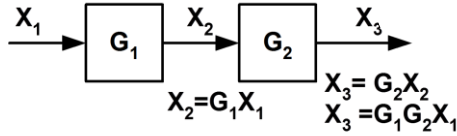
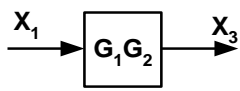
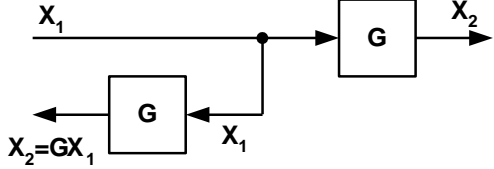
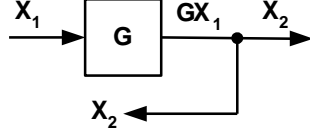
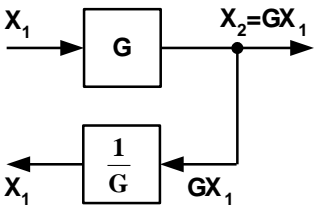
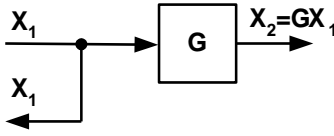
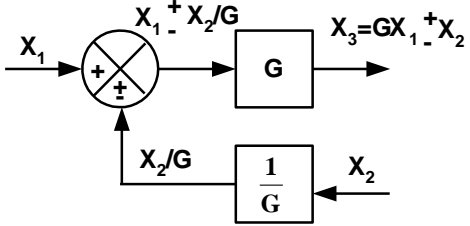
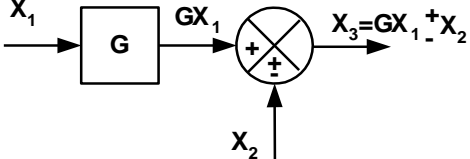
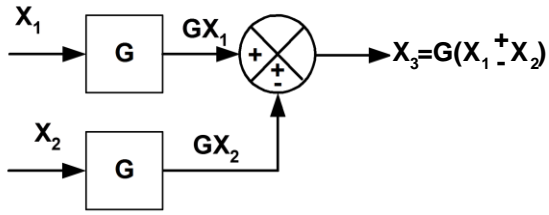
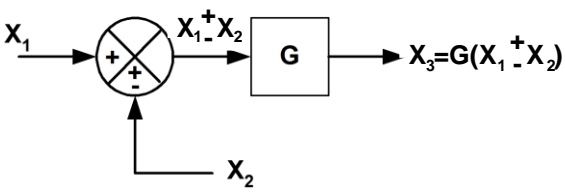
الشكل 1.3.2.أ. تجميع وتفرع الهياكل. (1). نقطة تفرع. (2) نقطة تجميع.

من خلال الشكل السابق فإنّ نقطة التفرع هي عبارة نقطة تتقل منها إشارة المدخل  $A(p)$  إلى الهيكل بشكل متزامن إلى هياكل أو نقاط تفرع أخرى، بالمقابل ترمز نقطة التجميع إلى عملية الجمع أو الطرح حيث تُشير الإشارة زائد أو ناقص عند كل رأس سهم ما إذا كان سيتم جمع إشارات المدخل  $A(p)$  و  $B(p)$  أو طرحها. مع العلم أنّ إشارات المدخل أو المخرج المُرّجّع جمعها أو طرحها لديها نفس الأبعاد والوحدات.

#### 1.3.2.ب. العمليات الأساسية على المخططات الهيكلية

الجدول المرفق يوضح أغلب العمليات الأساسية على المخططات الهيكلية بما دمج الهياكل المتتالية، تحريك نقطة التفرع والتجميع إلى أمام أو وراء الهيكل. وعليه، سنقوم بعرض المخطط الهيكلي في شكله الأصلي ومن ثمّ نستعرض المخطط الهيكلي الموافق بالنسبة لكل عملية أساسية.

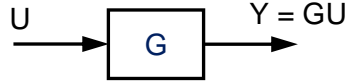
الجدول 1.3.2. ب. العمليات الأساسية على المخططات الهيكلية.

المخطط الهيكلية الأصلي	المخطط الهيكلية الموافق
دمج الهياكل المتتالية	
	
تحريك نقطة التفرع إلى ما قبل الهيكل	
	
تحريك نقطة التفرع إلى ما بعد الهيكل	
	
تحريك نقطة تجميع إلى ما قبل الهيكل	
	
تحريك نقطة تجميع إلى ما بعد الهيكل	
	

### 2.3.2 المخطط الهيكلي لنظام رقابة حلقة مفتوحة وحلقة مغلقة

#### أ. 2.3.2 المخطط الهيكلي لنظام رقابة ذات الحلقة المفتوحة

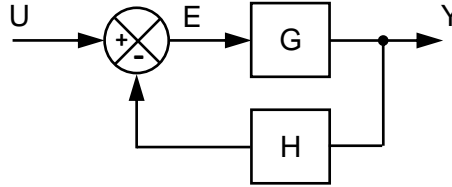
الشكل 2.3.2 أ. يوضح المخطط الهيكلي لنظام رقابة حلقة مفتوحة حيث أن  $U(p)$  تُعبر عن المدخل،  $Y(p)$  عن المخرج و  $G(p)$  دالة التحويل الحلقة المفتوحة.



الشكل 2.3.2 أ. المخطط الهيكلي لنظام رقابة ذو الحلقة المفتوحة.

#### ب. 2.3.2 المخطط الهيكلي لنظام رقابة حلقة مغلقة

على خلاف نظام رقابة حلقة مفتوحة، يتم إضافة مقياساً إضافياً في نظام رقابة حلقة مغلقة وذلك قصد مقارنة مخرج النظام  $Y(p)$  مع المدخل  $U(p)$ . الشكل 2.3.2 ب. يوضح المخطط الهيكلي لنظام رقابة حلقة مغلقة.



الشكل 2.3.2 ب. المخطط الهيكلي لنظام رقابة حلقة مغلقة.

حيث تُعتبر  $G$  دالة تحويل النظام و  $H$  دالة تحويل الحلقة الرجعية. يرمز  $E$  إلى إشارة الخطأ والذي يمثل الفرق بين المخرج المقاس  $HC$  والمدخل  $U$  الذي يُمثل المخرج المرجو في حد ذاته.

من خلال الشكل أعلاه، فإنه يتم التعبير عن مخرج النظام بالعلاقة التالية

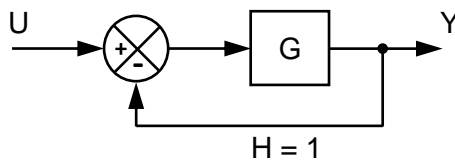
$$Y = GE = G(U - HY) = GU - GHY \quad (38.2)$$

وعليه، فإن دالة تحويل الحلقة المغلقة معطاة بالعلاقة التالية

$$G_{CL} = \frac{Y}{U} = \frac{G}{1 + GH} \quad (39.2)$$

في حالة ما إذا كانت دالة تحويل الحلقة الرجعية ذات دلالة الوحدة ( $H=1$ ) كما هو موضح في الشكل 2.3.2 ب. (حالة خاصة)، عندئذ تكون دالة التحويل الحلقة المغلقة كما يلي

$$G_{CL} = \frac{Y}{U} = \frac{G}{1 + G} \quad (40.2)$$

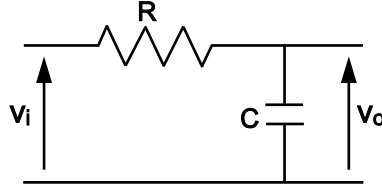


الشكل 2.3.2 ب. (حالة خاصة) مخطط هيكلي لنظام رقابة رجعي ذو الحلقة المغلقة مع  $H=1$ .

### 3.3.2 تمثيل أنظمة الرقابة باستعمال المخطط الهيكلية

كما تمت الإشارة إليه سابقاً، فإنّ المخطط الهيكلية يسمح بتقسيم نظام الرقابة إلى هياكل جزئية يتميز كل جزء منها بدالة تحويل معينة. فيما يلي سنستعرض كيفية تمثيل أنظمة الرقابة باستعمال المخطط الهيكلية.

مثال 3.3.2 أ تمثيل المخطط الهيكلية للدائرة الكهربائية التالية.

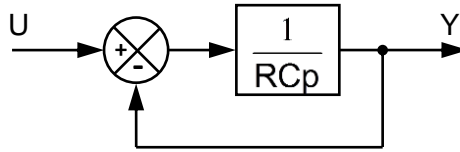


الشكل 3.3.2 أ. الدائرة الكهربائية للمثال.

الحل: من خلال المثال 2.1.2 أ الذي تم التطرق إليه من قبل، لدينا دالة التحويل التالية

$$G(p) = \frac{1}{RCp + 1} \quad (41.2)$$

بالمقارنة مع دالة التحويل الحلقة المغلقة المعطاة بالعبارة (40.2)، وعليه فإنّه يتم تمثيل المخطط الهيكلية للدائرة على النحو التالي



الشكل 3.3.2 أ. (نتيجة) مخطط هيكلية للمثال 3.3.2 أ.

مثال 3.3.2 ب تمثيل المخطط الهيكلية لدائرة كهربائية RLC على التسلسل باستعمال الشرط الابتدائي  $v_o(t) = v_c(t)$ .

الحل: بتطبيق قانون تقسيم الجهد بين طرفي المكثفة، لدينا

$$v_c(t) = \frac{Z_C}{Z_L + Z_R + Z_C} v_i(t) \quad (42.2)$$

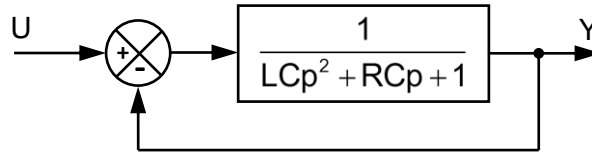
وبتطبيق تحويل لابلاس على العبارة السابقة، نجد أنّ

$$V_c(p) = V_o(p) = \frac{\frac{1}{Cp}}{Lp + R + \frac{1}{Cp}} V_i(p) = \frac{1}{LCp^2 + RCp + 1} V_i(p) \quad (43.2)$$

ومنّه نستنتج دالة التحويل على النحو التالي

$$G(p) = \frac{V_o(p)}{V_i(p)} = \frac{1}{LCp^2 + RCp + 1} \quad (44.2)$$

يتم تمثيل المخطط الهيكلية على نفس خُطى المثال 3.3.2.أ السابق كما يلي

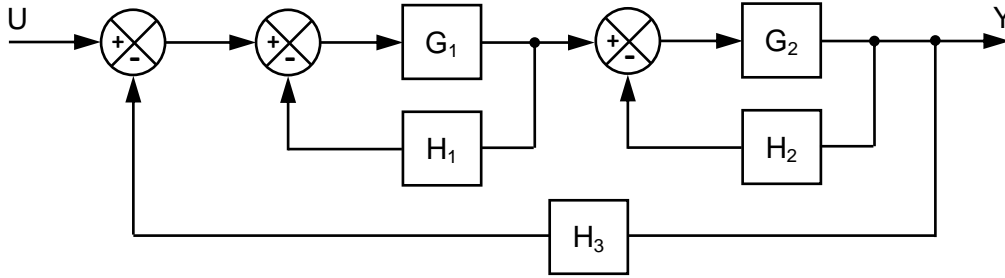


الشكل 3.3.2.ب. (نتيجة) مخطط هيكلية للمثال 3.3.2.ب.

#### 4.3.2 تبسيط المخطط الهيكلية

يمكن تبسيط المخططات الهيكلية بالاعتماد على العمليات الأساسية السابقة وذلك بتبسيط الحلقات الداخلية من الأصغر إلى الأكبر ومن ثم يتم استنتاج دالة تحويل النظام الكلي.

مثال 4.3.2.أ: تبسيط المخطط الهيكلية في الشكل أدناه.



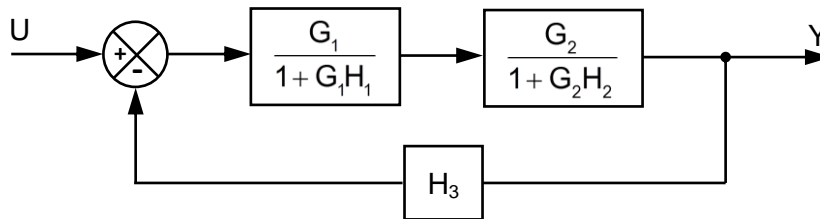
الشكل 4.3.2.أ. المخطط الهيكلية للمثال 4.3.2.أ.

الحل: لتبسيط المخطط الهيكلية، تتبع الخطوات التالية

- الخطوة الأولى: نقوم بتبسيط الحلقتين  $G_1H_1$  و  $G_2H_2$  وذلك بالاعتماد على عبارة دالة تحويل الحلقة المغلقة (39.2). وعليه نتحصل على

$$\frac{Y_1}{U_1} = \frac{G_1}{1 + G_1H_1}, \quad \frac{Y_2}{U_2} = \frac{G_2}{1 + G_2H_2} \quad (45.2)$$

ومنه يكون ناتج تبسيط المخطط الهيكلية عند هذه الخطوة كما هو موضح في الشكل التالي

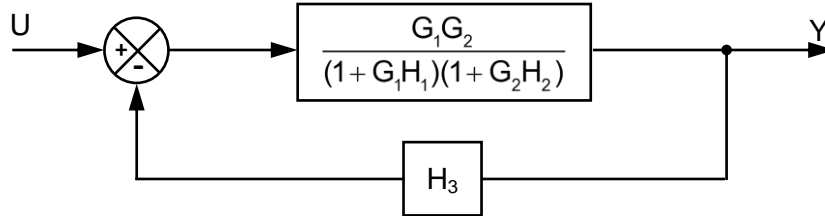


الشكل 4.3.2.أ. (نتيجة 1) ناتج تبسيط المخطط الهيكلية عند الخطوة الأولى.

- الخطوة الثانية: نقوم بدمج الهياكل المتتابعة حيث نتحصل على دالة التحويل التالية

$$\frac{Y_3}{U_3} = \frac{G_1 G_2}{(1 + G_1 H_1)(1 + G_2 H_2)} \quad (46.2)$$

ومنه يكون ناتج تبسيط الخطوة الثانية كما هو موضح في الشكل التالي

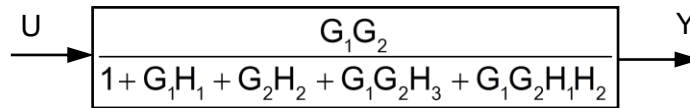


الشكل 4.3.2.أ. (نتيجة 2) ناتج تبسيط المخطط الهيكلية عند الخطوة الثانية.

- الخطوة الثالثة: نقوم بتبسيط الحلقة المغلقة الأخيرة بالاعتماد كذلك على عبارة دالة تحويل الحلقة المغلقة (39.2). وعليه نتحصل على دالة التحويل الحلقة المغلقة للمثال على النحو التالي

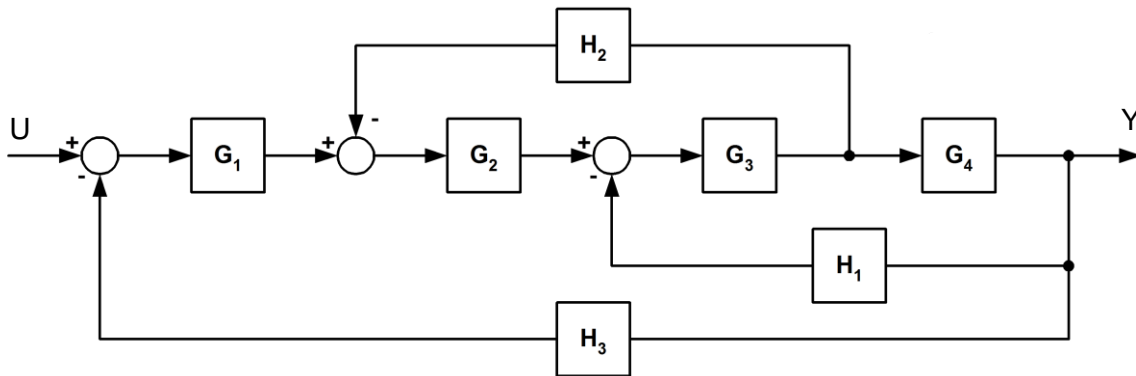
$$\frac{Y}{U} = \frac{\frac{G_1 G_2}{(1 + G_1 H_1)(1 + G_2 H_2)}}{1 + \frac{G_1 G_2}{(1 + G_1 H_1)(1 + G_2 H_2)} H_3} = \frac{G_1 G_2}{1 + G_1 H_1 + G_2 H_2 + G_1 G_2 H_3 + G_1 G_2 H_1 H_2} \quad (47.2)$$

ومنه يكون ناتج التبسيط الأخير كما هو موضح في الشكل الموافق



الشكل 4.3.2.أ. (نتيجة 3) ناتج تبسيط المخطط الهيكلية عند الخطوة الثالثة.

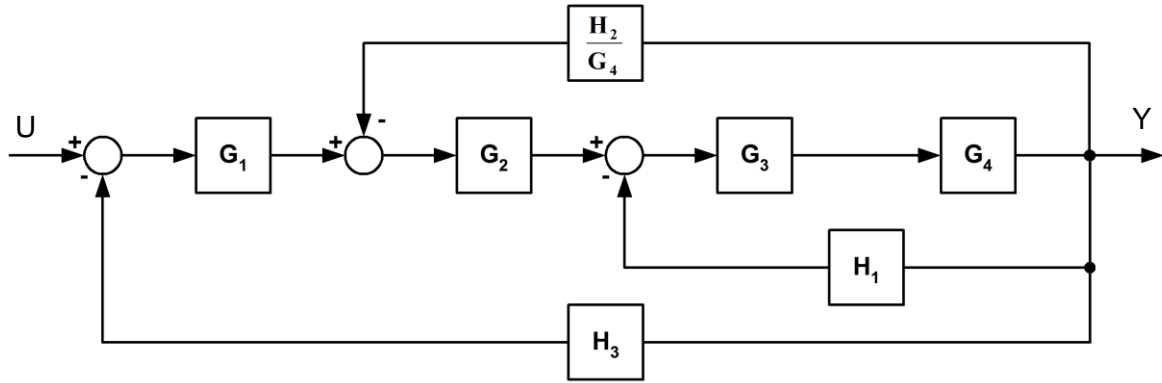
مثال 4.3.2.ب: تبسيط المخطط الهيكلية التالي



الشكل 4.3.2.ب. المخطط الهيكلية للمثال 4.3.2.ب.

الحل: من خلال الشكل، نلاحظ وجود ثلاث حلقات. وعليه وقصد تبسيط المخطط الهيكلي، تتبع الخطوات التالية:

- الخطوة الأولى: نقوم بتحريك الهيكل الرجعي  $H_2$  إلى وراء الهيكل  $G_4$  وذلك بالاعتماد على خاصية تحريك نقطة التفرع إلى وراء الهيكل. وعليه نستنتج الشكل على النحو التالي

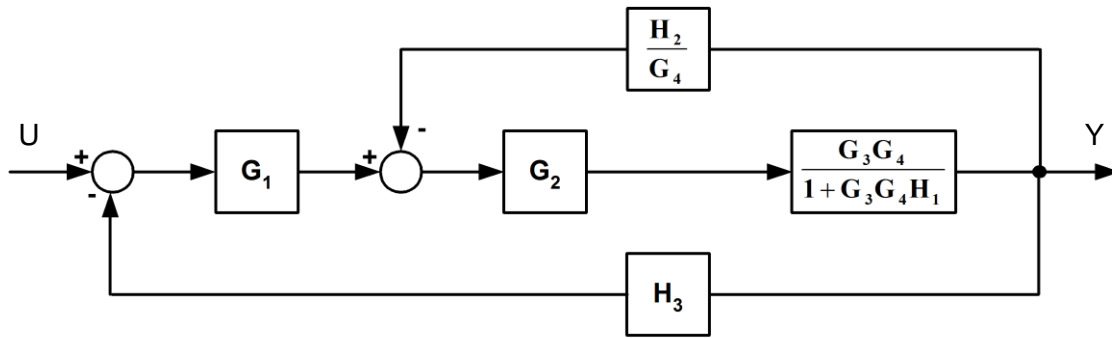


الشكل 4.3.2.ب. (نتيجة 1) ناتج تبسيط المخطط الهيكلي عند الخطوة الأولى.

- الخطوة الثانية: بالاعتماد على صيغة دالة تحويل نظام رقابة حلقة مغلقة رجعي المعطى بالعلاقة (39.2)، نستنتج دالة تحويل الحلقة  $G_3G_4H_1$  على النحو التالي

$$\frac{Y_1}{U_1} = \frac{G_3G_4}{1 + G_3G_4H_1} \quad (48.2)$$

وعليه نستنتج ناتج التبسيط التالي

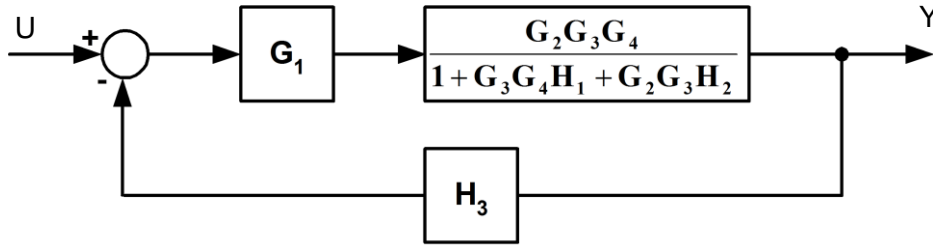


الشكل 4.3.2.ب. (نتيجة 2) ناتج تبسيط المخطط الهيكلي عند الخطوة الثانية.

- الخطوة الثالثة: نقوم بدمج الهيكل  $G_2$  مع دالة التحويل المتحصل عليها في الخطوة السابقة. ومن ثم نستنتج دالة التحويل للحلقة الثانية على النحو التالي:

$$\frac{Y_2}{U_2} = \frac{\frac{G_2G_3G_4}{1 + G_3G_4H_1}}{1 + \frac{G_2G_3G_4}{1 + G_3G_4H_1} \frac{H_2}{G_4}} = \frac{\frac{G_2G_3G_4}{1 + G_3G_4H_1}}{\frac{1 + G_3G_4H_1 + G_2G_3H_2}{1 + G_3G_4H_1}} = \frac{G_2G_3G_4}{1 + G_3G_4H_1 + G_2G_3H_2} \quad (49.2)$$

ويتم تبسيط المخطط الهيكلية على النحو التالي :

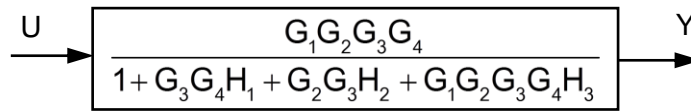


الشكل 4.3.2.ب.(نتيجة 3) ناتج تبسيط المخطط الهيكلية عند الخطوة الثالثة.

- الخطوة الرابعة: بتبسيط الشكل السابق، نتحصل في الأخير على دالة التحويل الحلقة المغلقة للنظام كما يلي

$$\frac{Y}{U} = \frac{\frac{G_1 G_2 G_3 G_4}{1 + G_3 G_4 H_1 + G_2 G_3 H_2}}{1 + \frac{G_1 G_2 G_3 G_4}{1 + G_3 G_4 H_1 + G_2 G_3 H_2} H_3} = \frac{G_1 G_2 G_3 G_4}{1 + G_3 G_4 H_1 + G_2 G_3 H_2 + G_1 G_2 G_3 G_4 H_3} \quad (50.2)$$

ومنه يكون ناتج التبسيط الأخير كما هو موضح في الشكل الموافق



الشكل 4.3.2.ب.(نتيجة 4) ناتج تبسيط المخطط الهيكلية عند الخطوة الرابعة.

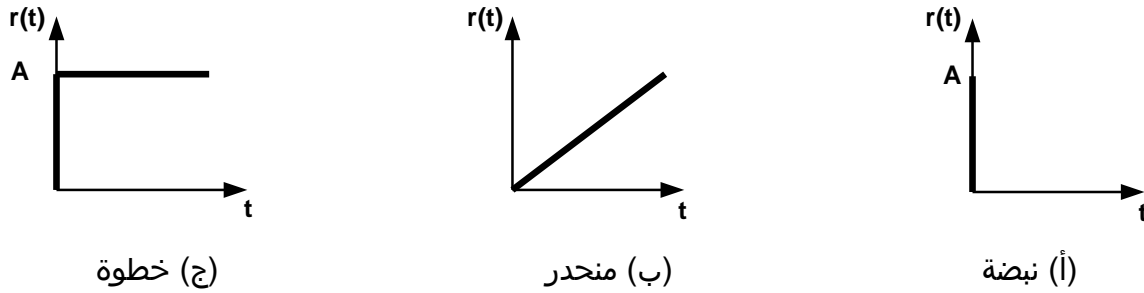
## الفصل الثالث: تحليل استجابة أنظمة الرقابة

### مقدمة

من الناحية العملية، لا يمكن التعبير عن إشارة المدخل إلى نظام رقابة ما بشكل تحليلي لأنها غالباً ما تكون عشوائية. وعليه، يجب تحديد قاعدة محددة لمقارنة أداء أنظمة الرقابة المختلفة من خلال تحديد إشارات مدخل اختبارية معينة ومقارنة استجابات الأنظمة المختلفة الموافقة في كل حالة. نظرياً فإن كل من الاستجابة النبضية، الاستجابة المنحدرة والاستجابة لخطوة الوحدة عبارة عن استجابات نموذجية لتحليل استجابة أنظمة الرقابة.

### 1.3 إشارات المدخل الاختبارية لأنظمة الرقابة

إن أكثر إشارات المدخل استعمالاً لدراسة أنظمة الرقابة هي الإشارة النبضية، المنحدرة وخطوة الوحدة، كما هو موضح في الشكل 1.3.



الشكل 1.3. إشارات المدخل الاختبارية : (أ) نبضة ؛ (ب) منحدر ؛ (ج) خطوة الوحدة.

حيث يتم التعبير عن كل إشارة بدلالة الزمن وتحويل لابلاس الموافق كما هو موضح في الجدول 1.3 التالي.

الجدول 1.3. إشارات المدخل الاختبارية : (أ) نبضة ؛ (ب) منحدر ؛ (ج) خطوة الوحدة.

إشارات مدخل اختبارية	العبارة بدلالة الزمن	تحويل لابلاس الموافق
إشارة النبضة:	$u(t) = A\delta(t)$	$U(p) = A$
إشارة الخطوة:	$u(t) = A$	$U(p) = \frac{A}{p}$
إشارة المنحدر:	$u(t) = At$	$U(p) = \frac{A}{p^2}$

❖ تنويه 1: عند دراسة استجابة أنظمة الرقابة باستعمال إشارات المدخل الاختبارية السابقة، فإنه غالباً ما يتم فرض ثابت الكسب عند الوحدة، أي أن  $A = 1$ .

من خلال هذا الفصل، سنستعرض استجابة أنظمة الرقابة بالنسبة لإشارة المدخل المُمثلة بدالة الخطوة في شكلها العام وعند الوحدة خصوصاً.

### 2.3 مواصفات أنظمة الرقابة

عند تطبيق إشارة مدخل محددة على نظام الرقابة، فإن استجابة هذا الأخير تنتقل من مرحلة الاستجابة العابرة إلى مرحلة الاستجابة المستقرة. مرحلة الاستجابة العابرة هي المرحلة التي يستجيب فيها النظام لأي تغير يطرأ على حالة الاتزان حيث ترتبط هذه المرحلة ارتباطاً وثيقاً بتوقيت تفعيل أو تغيير إشارة المدخل، بينما يتم تعريف مرحلة الاستجابة المستقرة على أنها تمثل المرحلة التي تلي مرحلة الاستجابة العابرة ويستقر حينها النظام عند حالة ثابتة. بصفة أخص، يتم التعبير عن أداء نظام رقابة معين من خلال دراسة استجابة هذا الأخير تحت تأثير إحدى إشارات المدخل الاختبارية السابقة. فيما يلي نستعرض أهم مواصفات الاستجابة العابرة لأنظمة الرقابة:

- 1/ زمن الصعود  $t_r$  : هو الزمن اللازم لبلوغ الاستجابة الزمنية من 10% إلى 90% من القيمة النهائية عند أول مرة بالنسبة للأنظمة من الرتبة الأولى، ومن 0 إلى 100% بالنسبة للأنظمة من الرتبة الثانية.
- 2/ زمن الذروة  $t_p$  : هو الزمن اللازم لبلوغ الاستجابة الزمنية إلى الذروة عند أول مرة، حيث يتم استنتاجه بحساب مشتقة إشارة المخرج  $y(t)$  عند مبدأ الأزمنة.
- 3/ زمن الاستكانة  $t_s$  : هو الزمن اللازم لبلوغ الاستجابة الزمنية حوالي 98% من قيمتها النهائية والبقاء ضمن النطاق المحدد من زمن بلوغ الحالة المستقرة.
- 4/ التجاوز الأقصى  $M_p$  : عبارة عن الفرق بين زمن بلوغ الذروة وزمن بلوغ الحالة المستقرة. يتم التعبير عليه كما يلي

$$M_p = \frac{y(t_p) - \lim_{t \rightarrow \infty} y(t)}{\lim_{t \rightarrow \infty} y(t)} \times 100\% \quad (1.3)$$

- 5/ معامل الحالة المستقرة  $y_{ss}$  : عبارة عن الاستجابة عند انقضاء مرحلة الاستجابة العابرة حيث يتم استنتاج عبارة هذا المعامل من خلال تطبيق نظرية القيمة النهائية على النحو التالي

$$y_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{p \rightarrow 0} Y(p) \quad (2.3)$$

- 6/ معامل خطأ الحالة المستقرة  $e_{ss}$  : يُعبر عن الخطأ بعد انقضاء الاستجابة العابرة والذي يتم الحصول عليه بتطبيق نفس النظرية السابقة. وعليه

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} [u(t) - y(t)] = \lim_{p \rightarrow 0} [U(p) - Y(p)] \quad (3.3)$$

### 3.3 استجابة نظام رقابة من الرتبة الأولى

#### 1.3.3 الاستجابة الزمنية

بناءً على تحويل لابلاس للمعادلات التفاضلية العادية للأنظمة الديناميكية من الرتبة الأولى ؛ لدينا

$$Y(p) = \frac{1}{a_1 p + a_0} [a_0 U(p) + p y(0)] \quad (4.3)$$

حيث أن  $Y(p)$  عبارة عن تحويل لابلاس لإشارة المخرج (الاستجابة)،  $U(p)$  عبارة عن تحويل لابلاس لإشارة المدخل (المؤثر)، بينما تُعتبر  $y(0)$  القيمة الابتدائية و  $a_1, a_0, b_0$  ثوابت النظام.

وعليه، فإنّه يتم التعبير عن دالة تحويل المعادلة التفاضلية العادية لنظام رقابة من الرتبة الأولى على النحو التالي

$$\frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{a_0}{a_1 p + a_0} \quad (5.3)$$

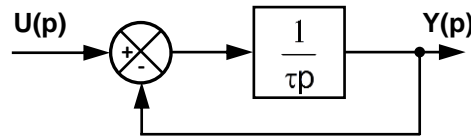
حيث أن  $y(0) = 0$ .

بفرض أن  $\tau = \frac{a_1}{a_0}$  ومنه يمكن إعادة صياغة العبارة السابقة كما يلي

$$G(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{1}{\tau p + 1} \quad (6.3)$$

حيث يتم تسمية  $\tau$  ثابت الزمن،  $K$  ثابت الكسب و تسمى الدالة  $G(p)$  المتحصل عليها دالة تحويل الحلقة المغلقة للنظام.

وعليه، يتم التعبير عن المخطط الهيكلي للنظام من الرتبة الأولى المعطى بدالة التحويل (6.3) بالشكل 1.3.3 الموالي



الشكل 1.3.3. مخطط هيكلي لنظام من الرتبة الثانية.

ومنه نستنتج عبارة المخرج  $Y(p)$  في هذه الحالة على النحو التالي:

$$Y(p) = G(p) \times U(p) = \frac{1}{\tau p + 1} \times U(p) \quad (7.3)$$

بتعويض عبارة إشارة الخطوة  $U(p)$  عند الوحدة ( $A=1$ ) وبفرض أن ثابت الكسب ( $K=1$ ) في العلاقة (7.3) السابقة، نتحصل على

$$Y(p) = \frac{1}{\tau p + 1} \times \frac{1}{p} \quad (8.3)$$

بتفكيك الكسر السابق إلى مجموع كسور جزئية، نتحصل على

$$Y(p) = \frac{1}{\tau p + 1} \times \frac{1}{p} = \frac{1}{p} - \frac{\tau}{\tau p + 1} = \frac{1}{p} - \frac{1}{p + \frac{1}{\tau}} \quad (9.3)$$

بتطبيق تحويل لابلاس العكسي، نتحصل على الاستجابة الزمنية لإشارة المخرج كما يلي

$$y(t) = 1 - e^{-t/\tau} \quad (10.3)$$

والتي تمثل الاستجابة الزمنية لنظام من الرتبة الأولى بالنسبة لإشارة خطوة الوحدة.

❖ تنويه 2: ثابت الزمن  $\tau$  عبارة عن مقياس لمعرفة سرعة استجابة النظام حيث يسمح بتحديد الزمن الذي تصل فيه الاستجابة الزمنية للنظام من الرتبة الأولى إلى 63٪ من القيمة النهائية والتي يتم استنتاجها كما يلي

$$t = \tau \Rightarrow y(\tau) = 1 - e^{-\tau/\tau} = 1 - e^{-1} = 0.632 \quad (11.3)$$

يتم صياغة العبارة العامة للاستجابة الزمنية لنظام من الرتبة الأولى بالنسبة لإشارة خطوة الوحدة ومن أجل ثابت الكسب  $K$  على النحو التالي

$$y(t) = K(1 - e^{-t/\tau}) \quad (12.3)$$

### 2.3.3 مواصفات استجابة النظام من الرتبة الأولى

بإعادة صياغة العلاقة (10.3) من أجل متغير الزمن، نتحصل على

$$y(t) = 1 - e^{-t/\tau} \Rightarrow t = -\tau \ln[1 - y(t)] \quad (13.3)$$

وعليه نستنتج مواصفات الاستجابة الزمنية للنظام التالية

1/ زمن الصعود: يتم تحديد زمن صعود الاستجابة الزمنية  $y(t)$  من 10٪ إلى 90٪ من قيمتها النهائية كما يلي

$$t_r = -\tau \ln(1 - 0.9) - [-(1 - 0.1)] = \tau [-\ln(0.1) + \ln(0.9)] = 2.197\tau \quad (14.3)$$

2/ زمن الذروة: باشتقاق عبارة الاستجابة الزمنية (10.3) نتحصل على

$$\left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=t_p} = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dt}(1 - e^{-t_p/\tau}) = 0 \Rightarrow \frac{1}{\tau} e^{-t_p/\tau} = 0 \Rightarrow t_p \rightarrow \infty \quad (15.3)$$

3/ زمن الاستكانة: يتم تحديد زمن استكانة الاستجابة الزمنية  $y(t)$  عند بلوغ هذه الأخيرة 98٪ من قيمتها النهائية كما يلي

$$t_s = -\tau \ln(1 - 0.98) = -\tau \ln(0.02) = 3.912\tau \quad (16.3)$$

4/ التجاوز الأقصى: من خلال النتيجة السابقة لدينا  $y(t_p) = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$ ، وعليه فإنّه وبالاتناد على العلاقة (1.3) فإنّ التجاوز الأقصى في هذه الحالة هو

$$M_p = \frac{y(t_p) - \lim_{t \rightarrow \infty} y(t)}{\lim_{t \rightarrow \infty} y(t)} \times 100\% = \frac{1 - 1}{1} \times 100\% = 0\% \quad (17.3)$$

هذا يعني أنّ استجابة نظام رقابة من الرتبة الأولى لا يمكنها تجاوز القيمة النهائية خلال مرحلة الاستجابة العابرة.

5/ معامل استجابة الحالة المستقرة: باستعمال كلا النهايتين التاليتين

$$y_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} (1 - e^{-\infty}) = \lim_{p \rightarrow 0} Y(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \times \frac{1}{\tau p + 1} \times \frac{1}{p} = 1 \quad (18.3)$$

6/ معامل خطأ الحالة المستقرة: من خلال النتيجة (18.3) نستنتج أن

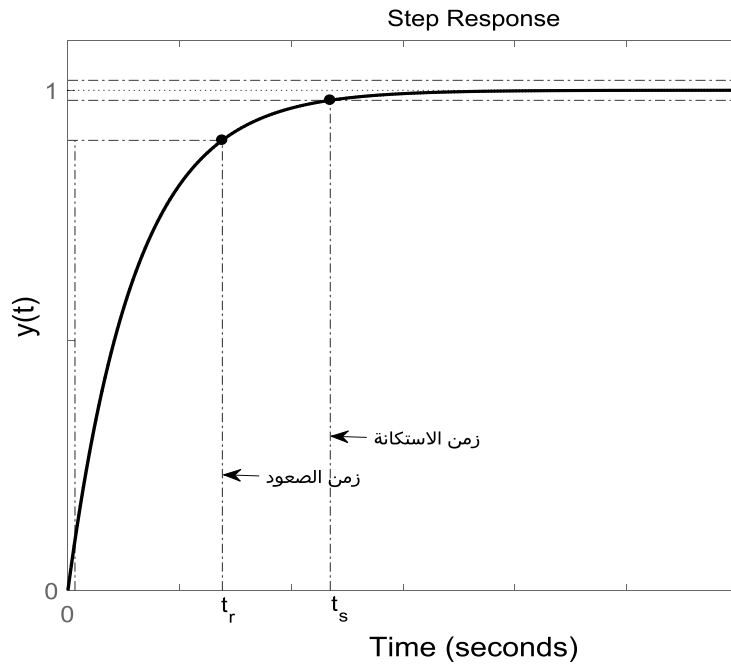
$$e_{ss} = 1 - y_{ss} = 0 \quad (19.3)$$

وعليه، نستجمع جميع مواصفات الاستجابة الزمنية لنظام رقابة من الرتبة الأولى بالنسبة لمدخل إشارة الخطوة في الجدول 2.3.3 التالي.

الجدول 2.3.3. مواصفات نظام رقابة من الرتبة الأولى.

الخاصية	العبرة
ثابت الكسب	K
ثابت الزمن	$\tau$
زمن الصعود	$t_r = 2.197\tau$
زمن الذروة	$t_p \rightarrow \infty$
زمن الاستكانة	$t_s = 3.912\tau$
التجاوز الأقصى	$M_p = 0\%$
معامل استجابة الحالة المستقرة	$y_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{p \rightarrow 0} Y(p) = K$
معامل خطأ الحالة المستقرة	$e_{ss} = 1 - y_{ss} = 1 - K$

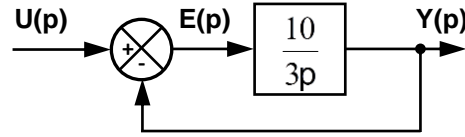
من جهة أخرى، الشكل التالي يوضح مراحل الاستجابة الزمنية لنظام رقابة من الرتبة الأولى بالنسبة لمدخل إشارة خطوة الوحدة مع تبيان الأزمنة المُعبَّرة عن مرحلة الاستجابة العابرة.



الشكل 2.3.3. الاستجابة الزمنية لنظام رقابة من الرتبة الأولى بالنسبة لمدخل إشارة خطوة الوحدة.

### 3.3.3 تطبيق

ليكن المخطط الهيكلي لنظام رقابة من الرتبة الأولى المُعبر عنه في الشكل 3.3.3 تحت تأثير إشارة المدخل ممثلة بخطوة الوحدة.



الشكل 3.3.3. المخطط الهيكلي للتطبيق 3.3.3.

يتم التعبير على دالة تحويل الحلقة المغلقة للنظام على النحو التالي:

$$G(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{\frac{10}{3p}}{1 + \frac{10}{3p}} = \frac{10}{3p + 10} \quad (20.3)$$

ويتم التعبير عن الاستجابة  $Y(p)$  بالنسبة لإشارة المدخل الممثلة بخطوة الوحدة كما يلي:

$$Y(p) = G(p) \times U(p) = \frac{10}{3p + 10} \times \frac{1}{p} = \frac{1}{p} - \frac{1}{p + \frac{10}{3}} \quad (21.3)$$

بتطبيق تحويل لابلاس العكسي، نتحصل على الاستجابة الزمنية التالية

$$y(t) = 1 - e^{-10t/3} \quad (22.3)$$

وعليه، نستنتج مواصفات الاستجابة الزمنية للنظام كما هي موضحة في الجدول التالي.

الجدول 3.3.3. مواصفات النظام المُعطى بالتطبيق 3.3.3.

الخاصية	العبرة
ثابت الكسب	$K = 1$
ثابت الزمن	$\tau = \frac{3}{10} = 0.3 \text{ sec}$
زمن الصعود	$t_r = 2.197\tau = 0.659 \text{ sec}$
زمن الذروة	$t_p \rightarrow \infty$
زمن الاستكانة	$t_s = 3.912\tau = 1.173 \text{ sec}$
التجاوز الأقصى	$M_p = 0\%$
معامل استجابة الحالة المستقرة	$y_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{p \rightarrow 0} pY(p) = 1$
معامل خطأ الحالة المستقرة	$e_{ss} = 1 - y_{ss} = 0$

### 4.3 استجابة نظام رقابة من الرتبة الثانية

#### 1.4.3 الاستجابة الزمنية

بناءً على تحويل لابلاس للمعادلات التفاضلية العادية للأنظمة الديناميكية من الرتبة الثانية ؛ لدينا

$$Y(p) = \frac{1}{a_2 p^2 + a_1 p + a_0} (a_0 U(p) + p y(0) + \frac{dy}{dt}(0)) \quad (23.3)$$

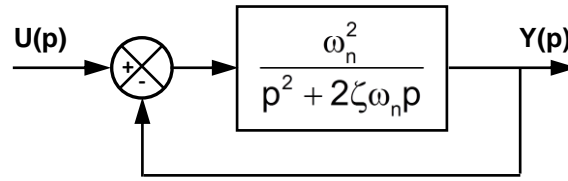
حيث أن  $Y(p)$  عبارة عن إشارة المخرج (الاستجابة)،  $U(p)$  عبارة عن إشارة المدخل (المؤثر)، بينما تُعتبر  $y(0)$  القيمة الابتدائية و  $a_2, a_1, a_0, b_0$  عبارة عن ثوابت النظام. ومن خلال تعريف دالة تحويل الأنظمة الخطية، فإنه يمكن التعبير عن دالة تحويل المعادلة التفاضلية العادية على النحو التالي

$$\frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{a_0}{a_2 p^2 + a_1 p + a_0} = \frac{1}{\frac{a_2}{a_0} p^2 + \frac{a_1}{a_0} p + 1} \quad (24.3)$$

حيث أن  $y(0) = 0$  و  $\frac{dy}{dt}(0) = 0$ . بفرض أن  $\zeta = \frac{a_1}{2\sqrt{a_0 a_2}}$ ،  $\omega_n = \sqrt{\frac{a_0}{a_2}}$ ، وعليه يمكن إعادة كتابة دالة التحويل السابقة كما يلي

$$G(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{1}{\frac{p^2}{\omega_n^2} + \frac{2\zeta}{\omega_n} p + 1} = \frac{\omega_n^2}{p^2 + 2\zeta\omega_n p + \omega_n^2} \quad (25.3)$$

يُسمى  $\omega_n$  النبض الطبيعي و  $\zeta$  معامل التخميد. تُسمى  $G(p)$  دالة تحويل الحلقة المغلقة. يتم التعبير عن المخطط الهيكلي لنظام من الرتبة الثانية الموافق لدالة التحويل  $G(p)$  بالشكل 1.4.3 الموالي



الشكل 1.4.3. مخطط هيكلي لنظام من الرتبة الثانية.

وعليه، يتم التعبير عن المخرج  $Y(p)$  في هذه الحالة على النحو التالي:

$$Y(p) = G(p) \times U(p) = \frac{\omega_n^2}{p^2 + 2\zeta\omega_n p + \omega_n^2} \times U(p) \quad (26.3)$$

بتعويض عبارة إشارة الخطوة  $U(p)$  عند الوحدة في العلاقة (26.3) السابقة، نتحصل على عبارة إشارة المخرج التالية

$$Y(p) = \frac{\omega_n^2}{p^2 + 2\zeta\omega_n p + \omega_n^2} \times \frac{1}{p} \quad (27.3)$$

لإيجاد الاستجابة الزمنية من خلال تحويل لابلاس العكسي، يجب أولاً تفكيك الكسر السابق إلى مجموع كسور جزئية. تجدر التنويه أن تحويل لابلاس العكسي يرتبط ارتباطاً وثيقاً مع أقطاب الكسر (أنظر المرجع 1).

نقوم بإعادة كتابة عبارة إشارة المخرج  $Y(p)$  بإضافة وحذف نفس العبارة في المقام كما يلي

$$\begin{aligned} Y(p) &= \frac{1}{p} \times \frac{\omega_n^2}{p^2 + 2\zeta\omega_n p + \omega_n^2 + \zeta^2\omega_n^2 - \zeta^2\omega_n^2} \\ &= \frac{1}{p} \times \frac{\omega_n^2}{(p^2 + 2\zeta\omega_n p + \zeta^2\omega_n^2) + (\omega_n^2 - \zeta^2\omega_n^2)} \\ &= \frac{\omega_n^2}{p[(p + \zeta\omega_n)^2 + \omega_n^2(1 - \zeta^2)]} \end{aligned} \quad (28.3)$$

❖ تنويه 3: النبض الطبيعي ومعامل التخميد عبارة عن معاملين فيزيائيين متعلقين بخصائص الأنظمة الديناميكية. وعليه، فإن كليهما يعتبران عاملين موجبين.

باعتبار أن معامل التخميد  $\zeta$  يأخذ قيم مختلفة، وعليه يترتب الحالتين التاليتين:

- الحالة الأولى: تكون فيها العبارة  $\omega_n^2(1 - \zeta^2)$  في مقام العبارة (28.3) موجبة. في هذه الحالة يكون مجال تغيرات معامل التخميد  $\zeta$  كما يلي

$$\omega_n^2(1 - \zeta^2) > 0 \Rightarrow 0 \leq \zeta \leq 1 \quad (29.3)$$

ويتم تسمية النظام في هذه الحالة بنظام منخفض التخميد.

- الحالة الثانية: تكون فيها العبارة  $\omega_n^2(1 - \zeta^2)$  سالبة تماماً. في هذه الحالة يكون مجال تغيرات معامل التخميد كما يلي

$$\omega_n^2(1 - \zeta^2) < 0 \Rightarrow \zeta > 1 \quad (30.3)$$

ويتم تسمية النظام في هذه الحالة بنظام شديد التخميد.

وعليه فإنه يتم تصنيف الاستجابة الزمنية لنظام من الرتبة الثانية على أساس مدى تأثير معامل التخميد  $\zeta$  على معادلة الدالة.

نفرض أن  $\omega_d^2 = \omega_n^2(1 - \zeta^2)$ ، وعليه يمكن إعادة كتابة عبارة الاستجابة الزمنية للنظام كالتالي

$$Y(p) = \frac{\omega_n^2}{p[(p + \zeta\omega_n)^2 + \omega_d^2]} \quad (31.3)$$

يُسمى  $\omega_d$  النبض المتخامد.

فيما يلي سنستعرض الحل الخاص بكل حالة على حدى مع استنتاج مواصفات الاستجابة الزمنية الخاصة بمرحلة الاستجابة العابرة.

### 1.4.3 أ. الاستجابة الزمنية لنظام منخفض التخامد ( $0 \leq \zeta \leq 1$ )

بإجراء بعض التعديلات على العلاقة (28.3) من خلال إضافة وحذف نفس العبارات، نتحصل على

$$\begin{aligned}
 Y(p) &= \frac{\omega_n^2 + (p + \zeta\omega_n)^2 - (p + \zeta\omega_n)^2 + \omega_n^2(1 - \zeta^2) - \omega_n^2(1 - \zeta^2)}{p[(p + \zeta\omega_n)^2 + \omega_n^2(1 - \zeta^2)]} \\
 &= \frac{(p + \zeta\omega_n)^2 + \omega_n^2(1 - \zeta^2) - (p + \zeta\omega_n)^2 + \cancel{\omega_n^2} - \cancel{\omega_n^2} + \omega_n^2\zeta^2}{p[(p + \zeta\omega_n)^2 + \omega_n^2(1 - \zeta^2)]} \\
 &= \frac{(p + \zeta\omega_n)^2 + \omega_n^2(1 - \zeta^2) - p^2 - 2p\zeta\omega_n - \cancel{\omega_n^2\zeta^2} + \cancel{\omega_n^2\zeta^2}}{p[(p + \zeta\omega_n)^2 + \omega_n^2(1 - \zeta^2)]} \\
 &= \frac{[(p + \zeta\omega_n)^2 + \omega_n^2(1 - \zeta^2)] - p(p + 2\zeta\omega_n)}{p[(p + \zeta\omega_n)^2 + \omega_n^2(1 - \zeta^2)]}
 \end{aligned} \quad (32.3)$$

بتبسيط الكسر الأخير نجد أن

$$\begin{aligned}
 Y(p) &= \frac{1}{p} - \frac{p + 2\zeta\omega_n}{(p + \zeta\omega_n)^2 + \omega_n^2(1 - \zeta^2)} \\
 &= \frac{1}{p} - \frac{p + \zeta\omega_n}{(p + \zeta\omega_n)^2 + \omega_n^2(1 - \zeta^2)} - \frac{\zeta\omega_n}{(p + \zeta\omega_n)^2 + \omega_n^2(1 - \zeta^2)} \times \frac{\sqrt{1 - \zeta^2}}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \\
 &= \frac{1}{p} - \frac{p + \zeta\omega_n}{(p + \zeta\omega_n)^2 + \omega_n^2(1 - \zeta^2)} - \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \frac{\omega_n\sqrt{1 - \zeta^2}}{(p + \zeta\omega_n)^2 + \omega_n^2(1 - \zeta^2)}
 \end{aligned} \quad (33.3)$$

بتطبيق تحويل لابلاس العكسي على العبارة الأخيرة، نتحصل على الاستجابة الزمنية للنظام كما يلي

$$y(t) = 1 - e^{-\zeta\omega_n t} \cos(\omega_n t \sqrt{1 - \zeta^2}) - \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin(\omega_n t \sqrt{1 - \zeta^2}) \quad (34.3)$$

من خلال العبارة المتحصل عليها، نلاحظ أن الاستجابة الزمنية لنظام رقابة من الرتبة الثانية منخفض التخامد معطاة بدلالة الدالة الأسية (exp) جداء الدوال جيب (sin) وجيب تمام (cos). وعليه، نقول أن الاستجابة الزمنية هي من النوع الإهتزازي بتخامد أسي.

يُعطى ثابت الزمن الاستجابة للنظام في هذه الحالة بالعبارة التالية

$$\tau = \frac{1}{\zeta\omega_n} \quad (35.3)$$

يتم إعادة صياغة عبارة الاستجابة الزمنية بإدخال بعض التعديلات وذلك لتسهيل استخراج أهم مواصفات النظام.

بأخذ العبارة  $\frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1 - \zeta^2}}$  كعامل مشترك في العلاقة (36.4) نجد أن

$$y(t) = 1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \left( \zeta \sin(\omega_n t \sqrt{1 - \zeta^2}) + \sqrt{1 - \zeta^2} \cos(\omega_n t \sqrt{1 - \zeta^2}) \right) \quad (36.3)$$

نفرض أن  $\zeta = \cos \theta$  حيث يترتب عليه  $\sqrt{1-\zeta^2} = \sin \theta$  ، ومنه يمكن تبسيط العبارة (36.3) السابقة على النحو التالي

$$y(t) = 1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \left( \cos \theta \sin(\omega_n t \sqrt{1-\zeta^2}) + \sin \theta \cos(\omega_n t \sqrt{1-\zeta^2}) \right) \quad (37.3)$$

من خلال خصائص الدوال الجيبية، نستنتج العبارة التالية

$$y(t) = 1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin(\omega_n t \sqrt{1-\zeta^2} + \theta) \quad (38.3)$$

وبتعويض عبارة  $\theta$  بما توافقها من جديد حيث أن

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} \Rightarrow \theta = \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} \right) \quad (39.3)$$

وعليه نتحصل على عبارة الاستجابة الزمنية لنظام من الرتبة الثانية منخفض التخميد بالنسبة لمدخل ممثل بخطوة الوحدة على النحو التالي

$$y(t) = 1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin \left( \omega_n t \sqrt{1-\zeta^2} + \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} \right) \right) \quad (40.3)$$

ويتم استنتاج إشارة الخطأ  $e(t)$  من العبارة (38.3) على النحو التالي

$$e(t) = u(t) - y(t) = 1 - y(t) = \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin \left( \omega_n t \sqrt{1-\zeta^2} + \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} \right) \right) \quad (41.3)$$

فيما يلي نفحص الاستجابة الزمنية للنظام المتحصل عليها عند القيم الحدية لمعامل التخميد.

- من أجل معامل تخميد معدوم  $\zeta = 0$  :

بتعويض قيمة معامل التخميد  $\zeta = 0$  في العبارة (40.3) نجد أن

$$\begin{aligned} y(t) &= 1 - \frac{e^{-0\omega_n t}}{\sqrt{1-0^2}} \sin \left( \omega_n t \sqrt{1-0^2} + \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{1-0^2}}{0} \right) \right) = 1 - \sin(\omega_n t + \tan^{-1} \infty) \\ &= 1 - \sin(\omega_n t + \frac{\pi}{2}) \\ &= 1 - \cos \omega_n t \end{aligned} \quad (42.3)$$

حيث نلاحظ اختفاء الدالة الأسية. وعليه، نستنتج أن الاستجابة الزمنية لنظام من الرتبة الثانية بالنسبة لمدخل ممثل بخطوة الوحدة ومن أجل معامل تخميد معدوم ( $\zeta = 0$ ) تكون اهتزازية محضة، ويتم تسميتها بحالة اللاتخميد.

- من أجل معامل تخامد عند الوحدة  $\zeta = 1$  :

يجب التنويه أنه عند تعويض قيمة معامل التخماد  $\zeta = 1$  مباشرة في العبارة (40.3) فإن هذه الأخيرة تتحول إلى مالانهاية لسبب وجود معامل التخماد في المقام. وعليه يتم الاستعانة في هذه الحالة بنظرية القيم المقاربة بالرجوع إلى العبارة (34.3) السابقة على النحو التالي

$$\begin{aligned}
 y(t) &= \lim_{\zeta \rightarrow 1} \left\{ 1 - e^{-\zeta \omega_n t} \cos(\omega_n t \sqrt{1 - \zeta^2}) - \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} e^{-\zeta \omega_n t} \sin(\omega_n t \sqrt{1 - \zeta^2}) \right\} \\
 &= 1 - \lim_{\zeta \rightarrow 1} \left\{ e^{-\zeta \omega_n t} \cos(\omega_n t \sqrt{1 - \zeta^2}) \right\} - \lim_{\zeta \rightarrow 1} \left\{ \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} e^{-\zeta \omega_n t} \sin(\omega_n t \sqrt{1 - \zeta^2}) \right\} \\
 &= 1 - e^{-1 \times \omega_n t} \cos(\omega_n t \sqrt{1 - 1}) - \lim_{\zeta \rightarrow 1} \left\{ \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} e^{-\zeta \omega_n t} \sin(\omega_n t \sqrt{1 - \zeta^2}) \right\} \quad (43.3) \\
 &= 1 - e^{-\omega_n t} - \lim_{\zeta \rightarrow 1} \left\{ \zeta e^{-\zeta \omega_n t} \frac{\sin(\omega_n t \sqrt{1 - \zeta^2})}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \right\}
 \end{aligned}$$

ومن خلال خصائص نهايات الدالة جيب (sin)، نعلم أن

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \quad (44.3)$$

من أجل متغير كفي  $x$ . وعليه يمكن استنتاج عبارة النهاية الأخيرة كما يلي

$$\begin{aligned}
 \lim_{\zeta \rightarrow 1} \left\{ \zeta e^{-\zeta \omega_n t} \frac{\sin(\omega_n t \sqrt{1 - \zeta^2})}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \right\} &= \frac{\omega_n t}{\omega_n t} \times \lim_{\zeta \rightarrow 1} \left\{ \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} e^{-\zeta \omega_n t} \sin(\omega_n t \sqrt{1 - \zeta^2}) \right\} \\
 &= \omega_n t \times \lim_{\zeta \rightarrow 1} \left\{ \zeta e^{-\zeta \omega_n t} \frac{\sin(\omega_n t \sqrt{1 - \zeta^2})}{\omega_n t \sqrt{1 - \zeta^2}} \right\} \quad (45.3) \\
 &= \omega_n t \times \lim_{\zeta \rightarrow 1} \left\{ \zeta e^{-\zeta \omega_n t} \right\} \\
 &= \omega_n t e^{-\omega_n t}
 \end{aligned}$$

بتعويض النتيجة (45.3) في العبارة (43.3)، نتحصل على الاستجابة الزمنية التالية

$$\begin{aligned}
 y(t) &= 1 - e^{-\omega_n t} - \omega_n t e^{-\omega_n t} \\
 &= 1 - e^{-\omega_n t} (1 + \omega_n t) \quad (46.3)
 \end{aligned}$$

من خلال العبارة الأخيرة، نلاحظ اختفاء الدالة الجيبية. وعليه، نستنتج أن الاستجابة الزمنية لنظام من الرتبة الثانية بالنسبة لمدخل ممثل بخطوة الوحدة ومن أجل معامل تخامد مساوٍ للوحدة ( $\zeta = 1$ ) تكون تخامدية محضة ويتم تسميتها بالتخماد الحرج.

### 1.4.3. ب الاستجابة الزمنية لنظام شديد التخامد $\zeta > 1$ :

من أجل  $\zeta > 1$  فإنَّ العبارة  $\omega_n^2(1-\zeta^2)$  التي في مقام العلاقة (28.3) سالبة تمامًا. وعليه، يتم كتابة العلاقة من جديد كما يلي

$$\begin{aligned} Y(p) &= \frac{1}{p} \times \frac{\omega_n^2}{p^2 + 2\zeta\omega_n p + \omega_n^2 + \zeta^2\omega_n^2 - \zeta^2\omega_n^2} \\ &= \frac{1}{p} \times \frac{\omega_n^2}{(p^2 + 2\zeta\omega_n p + \zeta^2\omega_n^2) - (\zeta^2\omega_n^2 - \omega_n^2)} \\ &= \frac{1}{p} \times \frac{\omega_n^2}{(p + \zeta\omega_n)^2 - \omega_n^2(\zeta^2 - 1)} \end{aligned} \quad (47.3)$$

بإجراء بعض التعديلات البسيطة على العلاقة السابقة، نجد أنَّ

$$\begin{aligned} Y(p) &= \frac{\omega_n^2 + (p + \zeta\omega_n)^2 - (p + \zeta\omega_n)^2 - \omega_n^2(\zeta^2 - 1) + \omega_n^2(\zeta^2 - 1)}{p[(p + \zeta\omega_n)^2 - \omega_n^2(\zeta^2 - 1)]} \\ &= \frac{(p + \zeta\omega_n)^2 - \omega_n^2(\zeta^2 - 1) - (p + \zeta\omega_n)^2 + \cancel{\omega_n^2} + \omega_n^2\zeta^2 - \cancel{\omega_n^2}}{p[(p + \zeta\omega_n)^2 - \omega_n^2(\zeta^2 - 1)]} \\ &= \frac{(p + \zeta\omega_n)^2 - \omega_n^2(\zeta^2 - 1) - p^2 - 2p\zeta\omega_n - \cancel{\omega_n^2\zeta^2} + \cancel{\omega_n^2\zeta^2}}{p[(p + \zeta\omega_n)^2 - \omega_n^2(\zeta^2 - 1)]} \\ &= \frac{[(p + \zeta\omega_n)^2 - \omega_n^2(\zeta^2 - 1)] - [p(p + 2\zeta\omega_n)]}{p[(p + \zeta\omega_n)^2 - \omega_n^2(\zeta^2 - 1)]} \\ &= \frac{1}{p} - \frac{p + 2\zeta\omega_n}{(p + \zeta\omega_n)^2 - \omega_n^2(\zeta^2 - 1)} \end{aligned} \quad (48.3)$$

ويتم كتابة الكسر الجزئي الأخير على شكل جداء عاملين كما يلي

$$\begin{aligned} Y(p) &= \frac{1}{p} - \frac{p + 2\zeta\omega_n}{\left[ (p + \zeta\omega_n) + (\omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}) \right] \left[ (p + \zeta\omega_n) - (\omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}) \right]} \\ &= \frac{1}{p} - \frac{p + 2\zeta\omega_n}{\left[ p + \omega_n(\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}) \right] \left[ p + \omega_n(\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1}) \right]} \end{aligned} \quad (49.3)$$

لتبسيط الكسر الأخير، نستعمل طريقة المطابقة حيث نضع

$$\begin{aligned} &\frac{p + 2\zeta\omega_n}{\left[ p + \omega_n(\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}) \right] \left[ p + \omega_n(\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1}) \right]} \\ &= \frac{A}{\left[ p + \omega_n(\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}) \right]} + \frac{B}{\left[ p + \omega_n(\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1}) \right]} \end{aligned} \quad (50.3)$$

حيث A و B مجهولين.

يتم استنتاج عبارة A و B كما يلي

$$\begin{cases} A + B = 1 \\ \omega_n (\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1}) A + \omega_n (\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}) B = 2\zeta\omega_n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{-\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}}{2\sqrt{\zeta^2 - 1}} \\ B = \frac{\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}}{2\sqrt{\zeta^2 - 1}} \end{cases} \quad (51.3)$$

ومنه

$$\begin{aligned} & \frac{p + 2\zeta\omega_n}{\left[ p + \omega_n (\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}) \right] \left[ p + \omega_n (\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1}) \right]} \\ &= \frac{-\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}}{2\sqrt{\zeta^2 - 1}} \frac{1}{p + \omega_n (\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1})} + \frac{\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}}{2\sqrt{\zeta^2 - 1}} \frac{1}{p + \omega_n (\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1})} \end{aligned} \quad (52.3)$$

بالتعويض في العبارة (49.3) فإنَّ

$$\begin{aligned} Y(p) &= \frac{1}{p} - \frac{-\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}}{2\sqrt{\zeta^2 - 1}} \frac{1}{p + \omega_n (\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1})} - \frac{\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}}{2\sqrt{\zeta^2 - 1}} \frac{1}{p + \omega_n (\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1})} \\ &= \frac{1}{p} - \frac{1}{2\sqrt{\zeta^2 - 1}} \left[ \frac{-\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}}{p + \omega_n (\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1})} + \frac{\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}}{p + \omega_n (\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1})} \right] \end{aligned} \quad (53.3)$$

بتطبيق تحويل لابلاس العكسي على العبارة الأخيرة، وعليه نتحصل على عبارة الاستجابة الزمنية لنظام من الرتبة الثانية شديد التخامد بالنسبة لمدخل ممثل بخطوة الوحدة على النحو التالي

$$y(t) = 1 - \frac{1}{2\sqrt{\zeta^2 - 1}} \left[ \left( -\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1} \right) e^{-\omega_n (\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1})t} + \left( \zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1} \right) e^{-\omega_n (\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1})t} \right] \quad (54.3)$$

وعليه، نستنتج أنَّ الاستجابة الزمنية لنظام من الرتبة الثانية بالنسبة لمدخل ممثل بخطوة الوحدة ومن أجل معامل تخامد مرتفع ( $\zeta > 1$ ) تكون تخامدية محضة ويتم تسميتها بالتخامد الحرج. يُعطى ثابتي زمن النظام في هذه الحالة كما يلي

$$\begin{aligned} \tau_1 &= \frac{1}{\left( \zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1} \right) \omega_n} \\ \tau_2 &= \frac{1}{\left( \zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1} \right) \omega_n} \end{aligned} \quad (55.3)$$

### 2.4.3 مواصفات استجابة نظام رقابة من الرتبة الثانية

ستقتصر الدراسة فقط على أنظمة الرقابة منخفضة التخماد حيث نستنتج المواصفات التالية.

1/ زمن الصعود: يتم تحديد زمن الصعود عند بلوغ الاستجابة الزمنية إلى 100٪ من القيمة النهائية لأول مرة وذلك بوضع  $y(t)=1$  ومن ثمّ يتم استنتاج عبارة الزمن. وعليه، بالتعويض في العبارة (40.3) نجد أنّ

$$\begin{aligned} 1 &= 1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin\left(\omega_n t_r \sqrt{1-\zeta^2} + \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}\right)\right) \\ \Rightarrow \sin\left(\omega_n t_r \sqrt{1-\zeta^2} + \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}\right)\right) &= 0 \\ \Rightarrow \omega_n t_r \sqrt{1-\zeta^2} + \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}\right) &= n\pi \end{aligned} \quad (56.3)$$

حيث أنّ  $n$  عبارة عن عدد طبيعي، مع  $n=1,2,\dots$ .

ومنه نستنتج أنّ الزمن اللازم لبلوغ استجابة نظام من الرتبة الثانية منخفض التخماد إلى الذروة الأولى ( $n=1$ ) هو

$$t_r = \frac{1}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} \left[ \pi - \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}\right) \right] \quad (57.3)$$

2/ زمن الذروة: باشتقاق عبارة الاستجابة الزمنية (40.3)، نتحصل على

$$\begin{aligned} \left. \frac{dc}{dt} \right|_{t=t_p} = 0 &\Rightarrow \frac{d}{dt} \left\{ 1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t_p}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin\left(\omega_n t_p \sqrt{1-\zeta^2} + \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}\right)\right) \right\} = 0 \\ \Rightarrow -\frac{e^{-\zeta\omega_n t_p}}{\sqrt{1-\zeta^2}} &\left\{ -\zeta\omega_n \sin\left(\omega_n t_p \sqrt{1-\zeta^2} + \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}\right)\right) \right. \\ &\left. + \omega_n \sqrt{1-\zeta^2} \cos\left(\omega_n t_p \sqrt{1-\zeta^2} + \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}\right)\right) \right\} = 0 \\ \Rightarrow \tan\left(\omega_n t_p \sqrt{1-\zeta^2} + \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}\right)\right) &= \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} \end{aligned} \quad (58.3)$$

بإدخال  $\tan^{-1}$  على طرفي المعادلة الأخيرة ومن خلال خصائص الدوال الجيبية، نتحصل على

$$\omega_n t_p \sqrt{1-\zeta^2} + \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}\right) + n\pi \Rightarrow \omega_n t_p \sqrt{1-\zeta^2} = n\pi \quad (59.3)$$

حيث أنّ  $n$  عبارة عن عدد طبيعي مع  $n=1,2,\dots$ .

ومنه نستنتج أن الزمن اللازم لبلوغ استجابة نظام من الرتبة الثانية منخفض التخامد إلى الذروة الأولى (n = 1) هو

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} \quad (60.3)$$

3/ زمن الاستكانة: إن الزمن اللازم لبلوغ الاستجابة 98٪ من قيمته النهائية ما يوافق أربعة أضعاف ثابت زمن النظام. وعليه، نجد أن

$$t_s = \frac{4}{\zeta \omega_n} \quad (61.3)$$

4/ التجاوز الأقصى: بتعويض عبارة زمن الذروة (60.3) في عبارة الاستجابة الزمنية (40.3)، نتحصل على

$$\begin{aligned} y(t_p) &= 1 - \frac{e^{-\zeta \omega_n t_p}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin \left( \omega_n t_p \sqrt{1-\zeta^2} + \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} \right) \right) \\ &= 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta \omega_n \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}}} \sin \left( \omega_n \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} \sqrt{1-\zeta^2} + \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} \right) \right) \\ &= 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\frac{\pi \zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \sin \left( \pi + \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} \right) \right) \\ &= 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\frac{\pi \zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \left[ -\sin \left( \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} \right) \right) \right] \end{aligned} \quad (62.3)$$

وذلك لأن  $\sin(\pi + \theta) = -\sin(\theta)$ . ومن خلال خصائص الدوال الجيبية نعلم كذلك أن

$$\sin[\tan^{-1}(\cot \theta)] = \cos \theta \Rightarrow \sin \left( \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} \right) \right) = \sqrt{1-\zeta^2} \quad (63.3)$$

بتعويض النتيجة الأخيرة في العلاقة (62.3)، ومنه فإن عبارة التجاوز الأقصى هي كالتالي

$$y(t_p) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\frac{\pi \zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \left[ -\sqrt{1-\zeta^2} \right] = 1 + e^{-\frac{\pi \zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \quad (64.3)$$

يتم التعبير عن النسبة المئوية للتجاوز الأقصى من علاقة التالية

$$M_p = \frac{y(t_p) - \lim_{t \rightarrow \infty} y(t)}{\lim_{t \rightarrow \infty} y(t)} = \frac{1 + e^{-\frac{\pi \zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} - 1}{1} = e^{-\frac{\pi \zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \Rightarrow M_p(\%) = e^{-\zeta \omega_n t_p} \times 100 \quad (65.3)$$

حيث أن  $\frac{\pi \zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} = \zeta \omega_n t_p$  من خلال العبارة (60.3).

5/ معامل الحالة المستقرة: بتطبيق نظرية القيمة النهائية نجد أن

$$y_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 1 - \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{e^{-\zeta \omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin \left( \omega_n t \sqrt{1-\zeta^2} + \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} \right) \right) = 1 \quad (66.3)$$

6/ معامل خطأ الحالة المستقرة: من خلال النتيجة السابقة نستنتج أن

$$e_{ss} = 1 - y_{ss} = 0 \quad (67.3)$$

في الحالة العامة، يتم صياغة العبارة العامة للاستجابة الزمنية لنظام من الرتبة الثانية منخفض التخماد بالنسبة لإشارة خطوة الوحدة ومن أجل ثابت الكسب K على النحو التالي

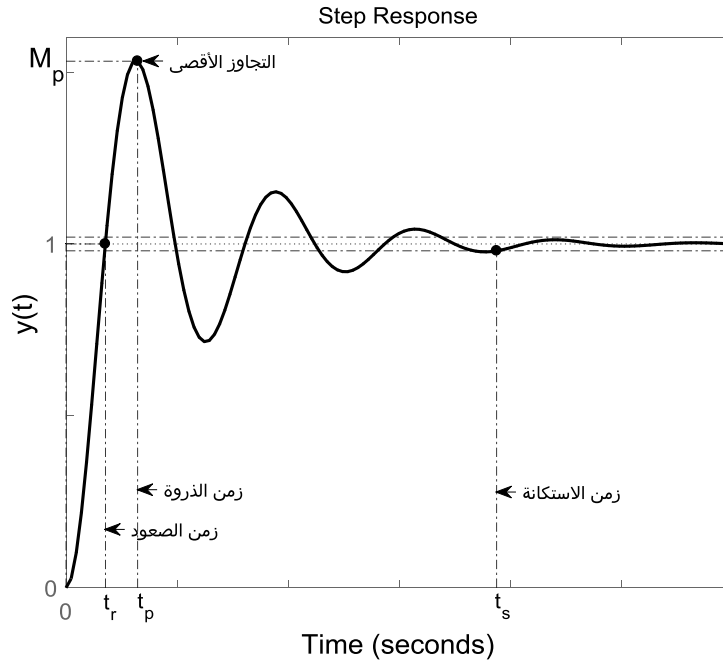
$$y(t) = K \left[ 1 - \frac{e^{-\zeta \omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin \left( \omega_n t \sqrt{1-\zeta^2} + \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} \right) \right) \right] \quad (68.3)$$

وعليه، نستجمع مواصفات الاستجابة الزمنية لنظام رقابة من الرتبة الثانية منخفض التخماد بالنسبة لمدخل إشارة خطوة الوحدة في الجدول 2.4.3 التالي.

الجدول 2.4.3. مواصفات نظام رقابة من الرتبة الثانية منخفض التخماد.

الخاصية	العبارة
ثابت الكسب	K
التخماد	$0 \leq \zeta \leq 1$
النبيض الطبيعي	$\omega_n$
النبيض المتخامد	$\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2}$
ثابت الزمن	$\tau = \frac{1}{\zeta \omega_n}$
زمن الصعود	$t_r = \frac{1}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} \left[ \pi - \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} \right) \right]$
زمن الذروة	$t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}}$
زمن الاستكانة	$t_s = \frac{4}{\zeta \omega_n}$
التجاوز الأقصى	$M_p(\%) = e^{-\zeta \omega_n t_p} \times 100$
معامل استجابة الحالة المستقرة	$y_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{p \rightarrow 0} Y(p) = K$
معامل خطأ الحالة المستقرة	$e_{ss} = 1 - y_{ss} = 1 - K$

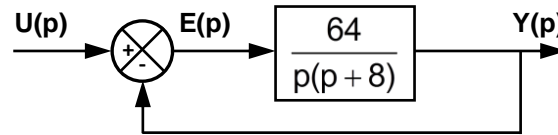
من جهة أخرى، الشكل 2.4.3 يوضح استجابة نظام رقابة من الرتبة الثانية منخفض التخميد بالنسبة لمدخل الخطوة مع تبيان الأزمنة المُعَبَّرَة عن مرحلة الاستجابة العابرة.



الشكل 2.4.3. الاستجابة الزمنية لنظام رقابة من الرتبة الثانية منخفض التخميد بالنسبة لمدخل إشارة خطوة الوحدة.

### 3.4.3 تطبيق

ليكن نظام الرقابة المُعَبَّر عنه بالمخطط الهيكلي في الشكل 3.4.3 تحت تأثير إشارة المدخل ممثلة بخطوة الوحدة.



الشكل 3.4.3. المخطط الهيكلي للتطبيق 3.4.3.

يتم التعبير على دالة تحويل الحلقة المغلقة للنظام كما يلي

$$G(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{\frac{64}{p(p+8)}}{1 + \frac{64}{sp(p+8)}} = \frac{64}{p^2 + 8p + 64} \quad (69.3)$$

بمطابقة دالة التحويل  $G(p)$  مع النموذج القياسي (28.3)، نجد أن

$$G(p) = \frac{64}{p^2 + 8p + 64} = \frac{\omega_n^2}{p^2 + 2\zeta\omega_n p + \omega_n^2} \Rightarrow \omega_n = 8, \zeta = 0.5 \quad (70.3)$$

بما أن  $\zeta = 0.5$ ، أي أن  $0 \leq \zeta \leq 1$  والذي يدلّ على أنّ النظام قيد الدراسة عبارة عن نظام رقابة منخفض التخمّد. بالتعويض في العبارة (40.3) فإنّ الاستجابة الزمنية لنظام الرقابة بالنسبة لإشارة المدخل الممثلة بخطوة الوحدة هي كالتالي

$$\begin{aligned} y(t) &= 1 - \frac{e^{-0.5 \times 8 \times t}}{\sqrt{1 - (0.5)^2}} \sin \left( t \times 8 \times \sqrt{1 - (0.5)^2} + \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{1 - (0.5)^2}}{0.5} \right) \right) \\ &= 1 - \frac{e^{-4t}}{\sqrt{0.75}} \sin(t \times 8 \times \sqrt{0.75} + \tan^{-1}(\sqrt{3})) \\ &= 1 - 1.154e^{-4t} \sin(6.928t + 1.047) \end{aligned} \quad (71.3)$$

حيث أنّ ثابت الزمن هو  $\tau = 0.25 \text{ sec}$ .

فيما يلي نستعرض أهم مواصفات استجابة النظام قيد الدراسة:

1/ زمن الصعود : من خلال العبارة (57.3)، نجد أنّ

$$\begin{aligned} t_r &= \frac{1}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}} \left[ \pi - \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{1 - \zeta^2}}{\zeta} \right) \right] = \frac{1}{8\sqrt{1 - (0.5)^2}} \left[ \pi - \tan^{-1}(\sqrt{3}) \right] \\ &= \frac{1}{6.928} [3.141 - 1.047] = 0.302 \text{ sec} \end{aligned} \quad (72.3)$$

2/ زمن الذروة : من خلال العبارة (60.3)، لدينا

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}} = \frac{\pi}{8\sqrt{1 - (0.5)^2}} = 0.453 \text{ sec} \quad (73.3)$$

3/ زمن الاستكانة : من خلال العبارة (61.3)، نجد أنّ

$$t_s = \frac{4}{\zeta \omega_n} = \frac{4}{0.5 \times 8} = 1 \text{ sec} \quad (74.3)$$

4/ التجاوز الأقصى : من خلال العبارة (64.3)، نحصل على

$$y(t_p) = 1 + e^{-\frac{\pi \zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}}} = 1 + e^{-\frac{\pi \times 0.5}{\sqrt{1 - (0.5)^2}}} = 1 + 0.163 = 1.163 \quad (75.3)$$

ويتم التعبير عن النسبة المئوية للتجاوز الأقصى من خلال العبارة (68.4) بالعلاقة التالية

$$M_p = e^{-\frac{\pi \zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}}} \times 100 = 16.3\% \quad (76.3)$$

وعليه، نستجمع مواصفات الاستجابة الزمنية لنظام رقابة من الرتبة الثانية منخفض التخمّد بالنسبة لمدخل إشارة خطوة الوحدة في الجدول 3.4.3 التالي.

الجدول 3.4.3. مواصفات نظام الرقابة المُعطى بالتطبيق 3.4.3.

الخاصية	العبرة
ثابت الكسب	$K = 1$
التخامد	$\zeta = 0.5 \Rightarrow 0 \leq \zeta \leq 1$
النض الطبيعي	$\omega_n = 8 \text{ rad/sec}$
النض المتخامد	$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} = 6.928 \text{ rad/sec}$
ثابت الزمن	$\tau = \frac{1}{\zeta \omega_n} = 0.25 \text{ sec}$
زمن الصعود	$t_r = \frac{1}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}} \left[ \pi - \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{1 - \zeta^2}}{\zeta} \right) \right] = 0.302 \text{ sec}$
زمن الذروة	$t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}} = 0.453 \text{ sec}$
زمن الاستكانة	$t_s = \frac{4}{\zeta \omega_n} = 1 \text{ sec}$
التجاوز الأقصى	$M_p(\%) = e^{-\zeta \omega_n t_p} \times 100 = 16.3\%$
معامل استجابة الحالة المستقرة	$y_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{p \rightarrow 0} Y(p) = 1$
معامل خطأ الحالة المستقرة	$e_{ss} = 1 - y_{ss} = 0$

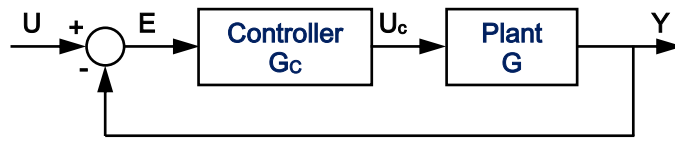


## الفصل الرابع: مُراقبة أنظمة الرقابة باستعمال المُراقب PID

### مقدمة

إنّ الهدف من إخضاع نظام رقابة إلى المُراقبة هو تحسين أداء النظام وذلك بتخفيض إلى أصغر قدر ممكن الخطأ الناجم عن الفرق بين القيمة الفعلية لاستجابة النظام مع القيمة المطلوبة تحت مفعول المؤثر، مع الحفاظ بالطبع على خصائص النظام.

ليكن نظام رقابة رجعي ذو الحلقة المغلقة تحت تأثير مُراقب كما هو موضح في الشكل 1.4، حيث أنّ Plant تُعبّر عن النظام المُراد مراقبته و Controller له دور المُراقبة لعموم تصرف النظام.



الشكل 1.4. حلقة مغلقة لنظام رقابة تحت تأثير المُراقب  $U_c$ .

من خلال الشكل، فإنّ دالة تحويل نظام الرقابة تحت تأثير المُراقب  $U_c$  هي كما يلي

$$\frac{Y}{U} = \frac{G_c G}{1 + G_c G} \quad (1.4)$$

جدير بالذكر أنّ المُراقب  $U_c$  يمكنه أخذ عدة صيغ مختلفة، حيث أنّ المُراقب PID هو الأكثر شيوعاً والأكثر استعمالاً عند إخضاع أنظمة الرقابة للمُراقبة. يرجع السبب في ذلك لكون هذا النوع من تقنيات المُراقبة لديه قابلية إخضاع نظام الرقابة إلى تأثيرات محددة قصد الحصول على استجابة خالية من الخطأ ومستقرة مع مرور الزمن.

في هذا الفصل سنتطرق إلى بنية ومميزات المُراقب PID مع التطرق إلى بعض التطبيقات على أنظمة رقابة من الرتب الأولى والثانية.

### 1.4 بُنية المُراقب PID

إنّ المُراقب PID عبارة عن تجميع لثلاث حدود مع بعضها البعض وهي الحد التناسبي (P)، الحد التكاملي (I) والحد الاشتقاقي (D) أو ما يُدعى كذلك الحد التفاضلي.

#### 1.1.4 العبارة العامة للمُراقب PID

بصفة عامة، فإنّ العبارة الزمنية للمُراقب PID بدلالة إشارة الخطأ بين القيمة الفعلية لاستجابة النظام والقيمة المطلوبة معطاة بالصيغة التالية

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (2.4)$$

حيث أنّ  $u(t)$  يرمز إلى العبارة الزمنية للمُراقب في حد ذاته،  $e(t)$  يرمز إلى العبارة الزمنية لإشارة

الخطأ، بينما ترمز الثوابت  $K_p$ ،  $K_i$  و  $K_d$  إلى كسب كل من الحد التناسبي، الحد التكاملي وكذا الحد الاشتقاقي، على التوالي. وعليه، فإن عبارة المراقب PID تركز أساساً على حساب تكامل ومشتق إشارة الخطأ، ومن ثم التأثير على استجابة النظام من خلال مميزات كل حد من الحدود الثلاث السابقة.

#### 2.1.4 خصائص حدود المراقب PID

فيما يلي نستعرض خاصية كل حد من حدود المراقب PID الثلاث حيث أن لكل واحد منهم ميزة تأثير معينة على نظام الرقابة.

أ. الحد التناسبي  $K_p e(t)$  :

يدعى أحياناً الحد التناسبي بالتضخيم التناسبي حيث له دور تضخيم الاستجابة الفعلية لنظام الرقابة قصد بلوغ الاستجابة المرجوة. يتميز هذا الحد بسرعة الاستجابة حيث يسمح بالتقليل من زمني الصعود  $t_r$  والذروة  $t_p$  بينما يعاب عليه أنه لا يلغى نهائياً خطأ الحالة المستقرة  $e_{ss}$ .

جدير بالذكر أن الحد التناسبي عبارة عن حد أساسي ولا يمكن الاستغناء عنه حين إخضاع نظام رقابة ما للمراقب PID، حيث لا يمكن الحصول على الاستجابة المرجوة من دونه. وعلى هذا الأساس، يجب أن تكون قيمة ثابت الكسب  $K_p$  مدروسة بعناية لاجتناب حدوث تجاوز أقصى  $M_p$  كبير في حالة ما إذا كانت قيمة ثابت الكسب مرتفعة جداً أو حدوث خطأ كبير عند الحالة المستقرة في حالة ما إذا كانت قيمة ثابت الكسب منخفضة جداً.

ب. الحد التكاملي  $K_i \int_0^t e(\tau) d\tau$  :

يتميز هذا الحد بإزالة خطأ الحالة المستقرة والذي لا يستطيع الحد التناسبي إلغاؤه بينما يعاب عليه أنه بطيء الاستجابة. السبب في ذلك راجع إلى عبارة الحد التكاملي ذاته والذي يتناسب مع مقدار الخطأ ولا يتوقف مع مرور الوقت إلا إذا كان الخطأ معدوماً. من الناحية العملية، يتوقف الحد التكاملي عندما يصل الخطأ إلى قيمة خطأ الحالة المستقرة  $e_{ss}$ .

ت. الحد الاشتقاقي  $K_d \frac{de(t)}{dt}$  :

يتميز هذا الحد بسرعة الاستجابة، وهذا ما يسمح بزيادة استقرار النظام والتقليل من قيمة التجاوز الأقصى  $M_p$  وتحسين مرحلة الاستجابة العابرة، بينما يعاب عليه أنه لا يلغى إشارة الخطأ وكذلك لا يؤدي دور المراقبة إلا إذا كان الخطأ في حالة تغير لأن مشتق العدد الثابت يساوي صفر.

#### 3.1.4 خوارزم المراقب PID

يتم ضبط تأثير المراقب PID على أنظمة الرقابة وذلك بتغيير قيمة الكسب الخاص بكل حد من الحدود الثلاث. لكن الأمر ليس بتلك السهولة خاصة وأن لكل نظام رقابة سلوك وتصرف خاص به. من الناحية العملية، فإن ضبط تأثير المراقب PID عملية معقدة على الرغم من أنها تستوجب ضبط ثلاث ثوابت كسب فقط. في أغلب الأحيان، يجب تعديل التصاميم الأولية بشكل متكرر من خلال المحاكاة الحاسوبية حتى يستجيب النظام للاستجابة المرجوة ومن ثم يمكن إدراج المراقب في الحلقة المغلقة. يتم التعبير على خوارزمية المراقب PID كما هو موضح في الجدول 1.4 التالي.

الجدول 1.4. خوارزم المراقب PID.

التعليمات	الشرح
<p>Initialization</p> <p>dt</p> <p>setpoint</p> <p>epsilon</p> <p>Kp ; Ki ; Kd</p> <p>previous_error := 0</p> <p>integral := 0</p> <p>Main</p> <p>loop:</p> <p>error := setpoint - measured_value</p> <p>integral := integral + error × dt</p> <p>derivative := (error - previous_error) / dt</p> <p>output := Kp × error + Ki × integral + Kd × derivative</p> <p>previous_error := error</p> <p>if error ≤ epsilon then</p> <p>goto loop</p> <p>else</p> <p>return</p>	<p>أولاً يجب التصريح بالقيم الابتدائية لكل المعاملات والمتغيرات بما فيها: القيمة المرجعية، خطوة التكامل (الاشتقاق)، قيمة الخطأ القصوى، قيم ثوابت الكسب وكذا التصريح بمتغيرين بقيم معدومة ابتداءً وذلك لاستعمالهم داخل الحلقة.</p> <p>ثانياً، تقوم الحلقة الأساسية بحساب الخطأ وذلك بطرح القيمة المقاسة من القيمة المرجعية. بعد ذلك، يتم حساب تكامل ومشتق الخطأ، ويتم دمج حدود المراقب الثلاث مع الكسب الموافق لكل حد لاستنتاج قيمة المراقب. يتم تكرار العملية باستمرار إلى غاية التوصل إلى قيمة خطأ أقل أو تساوي قيمة الخطأ القصوى.</p>

2.4 دالة تحويل الحلقة المغلقة تحت تأثير المراقب PID

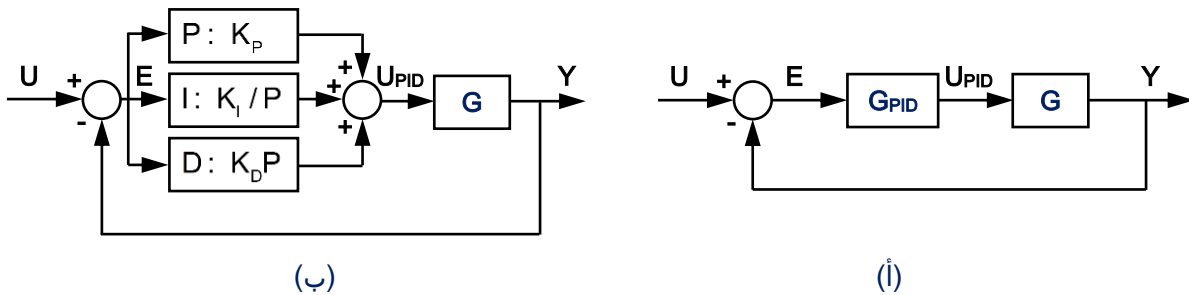
بتطبيق تحويل لابلاس على العبارة (2.4) السابقة ويفرض أن الشروط الابتدائية معدومة، نجد أن

$$U_{PID}(p) = K_p E(p) + \frac{K_i}{p} E(p) + K_d p E(p) \quad (3.4)$$

ومنه، نستنتج دالة تحويل المراقب PID على النحو التالي

$$G_{PID}(p) = \frac{U_{PID}(p)}{E(p)} = K_p + \frac{K_i}{p} + K_d p \quad (4.4)$$

يتم التعبير بمخطط هيكلي لنظام رقابة رجعي ذو الحلقة المغلقة تحت تأثير المراقب PID كما هو موضح في الشكل 2.4، حيث يتم ربط حدود المراقب الثلاث على التوازي وجمع مخرجها إلى نقطة تجميع تقوم بجمع اشارات حدود المراقب حيث يتم استخدامها مجتمعة كونه كل واحد منهما مكمل للآخر.



الشكل 2.4. مخطط هيكلي لنظام رقابة حلقة مغلقة تحت تأثير المراقب PID.

(أ) مخطط عام. (ب) مخطط مفصّل.

وعليه، فإنّ عبارة دالة تحويل الحلقة المغلقة تحت تأثير المراقب  $U_{PID}$  معطاة بالصيغة العامة التالية

$$\begin{aligned}\bar{G}_{PID} &= \frac{G_{PID}G}{1+G_{PID}G} = \frac{\left(K_P + \frac{K_I}{p} + K_D p\right)G}{1+\left(K_P + \frac{K_I}{p} + K_D p\right)G} \times \frac{p}{p} \\ &= \frac{(K_D p^2 + K_P p + K_I)G}{p + (K_D p^2 + K_P p + K_I)G}\end{aligned}\quad (5.4)$$

**1.2.4 دالة تحويل الحلقة المغلقة لنظام رقابة من الرتبة الأولى تحت تأثير المراقب PID**  
يتم التعبير على دالة تحويل الحلقة المغلقة لنظام رقابة من الرتبة الأولى تحت تأثير المراقب PID على النحو التالي

$$\begin{aligned}\bar{G}_{PID} &= \frac{G_{PID}G}{1+G_{PID}G} = \frac{(K_D p^2 + K_P p + K_I) \frac{K}{\tau p + 1}}{p + (K_D p^2 + K_P p + K_I) \frac{K}{\tau p + 1}} \\ &= \frac{K_D K p^2 + K_P K p + K_I K}{(\tau + K_D K) p^2 + (1 + K_P K) p + K_I K}\end{aligned}\quad (6.4)$$

**2.2.4 دالة تحويل الحلقة المغلقة لنظام رقابة من الرتبة الثانية تحت تأثير المراقب PID**  
من جهة أخرى، يتم التعبير على دالة تحويل الحلقة المغلقة لنظام رقابة من الرتبة الثانية تحت تأثير المراقب PID كما يلي

$$\begin{aligned}\bar{G}_{PID} &= \frac{G_{PID}G}{1+G_{PID}G} = \frac{(K_D p^2 + K_P p + K_I) \frac{K \omega_n^2}{p^2 + 2\zeta \omega_n p + \omega_n^2}}{p + (K_D p^2 + K_P p + K_I) \frac{K \omega_n^2}{p^2 + 2\zeta \omega_n p + \omega_n^2}} \\ &= \frac{K_D K \omega_n^2 p^2 + K_P K \omega_n^2 p + K_I K \omega_n^2}{p^3 + (2\zeta \omega_n + K_D K \omega_n^2) p^2 + (1 + K_P K) \omega_n^2 p + K_I K \omega_n^2}\end{aligned}\quad (7.4)$$

### 3.4 صيغ خاصة للمراقب PID

يتم ضبط تأثير المراقب PID على أنظمة الرقابة وذلك بتغيير قيمة الكسب الخاص بكل حد من الحدود الثلاث. وعلى هذا الأساس، يمكن إدراج المراقب PID في الحلقة المغلقة باستعمال الصيغ الخاصة التالية.

- (1) المراقب PID باستعمال الحد التناسبي بمفرده (مراقب من النوع P)؛
  - (2) المراقب PID باستعمال الحد التناسبي والحد التكاملي (مراقب من النوع PI)؛
  - (3) المراقب PID باستعمال الحد التناسبي والحد الاشتقاقي (مراقب من النوع PD)؛
- فيما يلي نستعرض مختلف الصيغ للمراقب PID على أنظمة الرقابة من الرتب الأولى والثانية.

#### 1.3.4 المراقب PID باستعمال الحد التناسبي (مراقب من النوع P)

في هذه الحالة يتم التعبير على دالة تحويل المراقب PID باستعمال الحد التناسبي فقط وذلك بفرض أن كل من ثابت الكسب التكاملي  $K_I$  وثابت الكسب الاشتقاقي  $K_D$  معدومين ( $K_I = K_D = 0$ ). وعليه، تكون العبارة (4.4) كما يلي

$$G_{PID} = G_P = K_P \quad (8.4)$$

#### 1.3.4.أ. مراقبة أنظمة رقابة من الرتبة الأولى باستعمال المراقب PID من النوع P

يتم استنتاج دالة تحويل الحلقة المغلقة لنظام رقابة من الرتبة الأولى تحت تأثير المراقب PID النوع P وذلك بفرض أن  $K_I = K_D = 0$  في العبارة (6.4). وعليه نجد أن

$$\begin{aligned} \bar{G}_P &= \frac{G_P G}{1 + G_P G} = \frac{K_P K p}{\tau p^2 + (1 + K_P K) p} = \frac{K_P K}{\tau p + 1 + K_P K} \times \frac{1 + K_P K}{1 + K_P K} \\ &= \frac{K_P K}{1 + K_P K} \times \frac{1}{\frac{\tau}{1 + K_P K} p + 1} = \frac{\bar{K}}{\bar{\tau} p + 1} \end{aligned} \quad (9.4)$$

حيث أن

$$\bar{K} = \frac{K_P K}{1 + K_P K}, \quad \bar{\tau} = \frac{\tau}{1 + K_P K} \quad (10.4)$$

ومنه نستنتج مواصفات استجابة نظام رقابة من الرتبة الأولى تحت تأثير المراقب PID من النوع P بتعويض عبارتي كل من  $\bar{K}$  و  $\bar{\tau}$  في الجدول 2.3.3 المعطاة في الفصل 3 على النحو التالي مع الحفاظ على بقية المواصفات.

الجدول 1.3.4.أ. مواصفات دالة تحويل الحلقة المغلقة لنظام رقابة من الرتبة الأولى تحت تأثير المراقب PID من النوع P.

المواصفة	العبارة
ثابت الكسب	$\bar{K} = \frac{K_P K}{1 + K_P K}$
ثابت الزمن	$\bar{\tau} = \frac{\tau}{1 + K_P K}$
زمن الصعود	$t_r = 2.197 \bar{\tau}$
زمن الاستكانة	$t_s = 3.912 \bar{\tau}$
معامل استجابة الحالة المستقرة	$y_{ss} = \bar{K}$
معامل خطأ الحالة المستقرة	$e_{ss} = 1 - \bar{K}$

1.3.4.ب. مراقبة أنظمة رقابة من الرتبة الثانية باستعمال المراقب PID من النوع P  
 بفرض أن  $K_I = K_D = 0$  في العبارة (7.4)، ومنه فإنه يتم التعبير على دالة تحويل الحلقة المغلقة لنظام من الرتبة الثانية تحت تأثير المراقب PID من النوع P كما يلي

$$\begin{aligned}\bar{G}_p &= \frac{G_p G}{1 + G_p G} = \frac{K_p K \omega_n^2 p}{p^3 + 2\zeta \omega_n p^2 + (1 + K_p K) \omega_n^2 p} = \frac{K_p K \omega_n^2}{p^2 + 2\zeta \omega_n p + (1 + K_p K) \omega_n^2} \times \frac{1 + K_p K}{1 + K_p K} \\ &= \frac{K_p K}{1 + K_p K} \times \frac{(1 + K_p K) \omega_n^2}{p^2 + 2\zeta \omega_n p + (1 + K_p K) \omega_n^2} = \bar{K} \times \frac{\bar{\omega}_n^2}{p^2 + 2\bar{\zeta} \bar{\omega}_n p + \bar{\omega}_n^2}\end{aligned}\quad (11.4)$$

حيث أن

$$\bar{K} = \frac{K_p K}{1 + K_p K}, \quad \bar{\omega}_n^2 = (1 + K_p K) \omega_n^2, \quad \bar{\zeta} = \frac{\zeta \omega_n}{\bar{\omega}_n} \quad (12.4)$$

ومنه نستنتج المواصفات التي في الجدول 1.3.4.ب بالنسبة لنظام من الرتبة الثانية منخفض التخماد.

الجدول 1.3.4.ب. مواصفات نظام من الرتبة الثانية منخفض التخماد  
 تحت تأثير المراقب PID من النوع P.

الخاصية	العبارة
ثابت الكسب	$\bar{K} = \frac{K_p K}{1 + K_p K}$
النبض الطبيعي	$\bar{\omega}_n = \omega_n \sqrt{1 + K_p K}$
التخماد	$\bar{\zeta} = \frac{\zeta \omega_n}{\bar{\omega}_n}$
النبض المتخمد	$\bar{\omega}_d = \bar{\omega}_n \sqrt{1 - \bar{\zeta}^2}$
ثابت الزمن	$\bar{\tau} = \frac{1}{\bar{\zeta} \bar{\omega}_n}$
زمن الصعود	$t_r = \frac{1}{\bar{\omega}_n \sqrt{1 - \bar{\zeta}^2}} \left[ \pi - \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{1 - \bar{\zeta}^2}}{\bar{\zeta}} \right) \right]$
زمن الذروة	$t_p = \frac{\pi}{\bar{\omega}_n \sqrt{1 - \bar{\zeta}^2}}$
زمن الاستكانة	$t_s = \frac{4}{\bar{\zeta} \bar{\omega}_n}$
التجاوز الأقصى	$M_p = e^{-\bar{\zeta} \bar{\omega}_n t_p} \times 100 (\%)$
معامل استجابة الحالة المستقرة	$y_{ss} = \bar{K}$
معامل خطأ الحالة المستقرة	$e_{ss} = 1 - y_{ss}$

**2.3.4 المُرَاقِب PID باستعمال الحد التناسبي والحد التكاملي (مُرَاقِب من النوع PI)**  
في هذه الحالة يتم التعبير على دالة تحويل المُرَاقِب PID باستعمال الحد التناسبي والحد التكاملي وذلك بفرض أن ثابت الكسب الاشتقاقي  $K_D = 0$  معدوم . وعليه، تكون العبارة (3.4) كما يلي

$$G_{PID} = G_{PI} = K_p + \frac{K_i}{p} \quad (13.4)$$

**أ.2.3.4. مراقبة نظام رقابة من الرتبة الأولى باستعمال المُرَاقِب PID من النوع PI**  
يتم التعبير على دالة تحويل الحلقة المغلقة لنظام رقابة من الرتبة الأولى تحت تأثير المُرَاقِب PID من النوع PI بتعويض  $K_D = 0$  في العبارة (6.4) على النحو التالي

$$\bar{G}_{PI} = \frac{G_{PI}G}{1 + G_{PI}G} = \frac{K_p K_p + K_i K}{\tau p^2 + (1 + K_p K)p + K_i K} \quad (14.4)$$

**ب.2.3.4. مراقبة نظام رقابة من الرتبة الثانية باستعمال المُرَاقِب PID من النوع PI**  
يتم التعبير على دالة تحويل الحلقة المغلقة لنظام رقابة من الرتبة الثانية تحت تأثير المُرَاقِب PID من النوع PI بتعويض  $K_D = 0$  في العبارة (7.4) كما يلي

$$\bar{G}_{PI} = \frac{G_{PI}G}{1 + G_{PI}G} = \frac{K_p K \omega_n^2 p + K_i K \omega_n^2}{p^3 + 2\zeta \omega_n p^2 + (1 + K_p K) \omega_n^2 p + K_i K \omega_n^2} \quad (15.4)$$

**3.3.4 المُرَاقِب PID باستعمال الحد التناسبي والحد الاشتقاقي (مُرَاقِب من النوع PD)**  
في هذه الحالة يتم التعبير على دالة تحويل المُرَاقِب PID باستعمال الحد التناسبي والحد الاشتقاقي وذلك بفرض أن ثابت الكسب التكاملي  $K_i = 0$  معدوم . وعليه، تكون العبارة (3.4) كما يلي

$$G_{PID}(p) = G_{PD}(p) = K_p + K_D p \quad (16.4)$$

**أ.3.3.4. مراقبة نظام رقابة من الرتبة الأولى باستعمال المُرَاقِب PID من النوع PD**  
يتم التعبير على دالة تحويل الحلقة المغلقة لنظام رقابة من الرتبة الأولى تحت تأثير المُرَاقِب PID من النوع PD بتعويض  $K_i = 0$  في العبارة (6.4) على النحو التالي

$$\bar{G}_{PD} = \frac{G_{PD}G}{1 + G_{PD}G} = \frac{K_D K p^2 + K_p K p}{(\tau + K_D K) p^2 + (1 + K_p K) p} = \frac{K_D K p + K_p K}{(\tau + K_D K) p + 1 + K_p K} \quad (17.4)$$

**ب.3.3.4. مراقبة نظام رقابة من الرتبة الثانية باستعمال المُرَاقِب PID من النوع PD**  
يتم التعبير على دالة تحويل الحلقة المغلقة لنظام رقابة من الرتبة الثانية تحت تأثير المُرَاقِب PID من النوع PD بتعويض  $K_i = 0$  في العبارة (7.4) كما يلي

$$\begin{aligned} \bar{G}_{PD} &= \frac{G_{PD}G}{1 + G_{PD}G} = \frac{K_D K \omega_n^2 p^2 + K_p K \omega_n^2 p}{p^3 + (2\zeta \omega_n + K_D K \omega_n^2) p^2 + (1 + K_p K) \omega_n^2 p} \\ &= \frac{K_D K \omega_n^2 p + K_p K \omega_n^2}{p^2 + (2\zeta \omega_n + K_D K \omega_n^2) p + (1 + K_p K) \omega_n^2} \end{aligned} \quad (18.4)$$



## الفصل الخامس: تحليل ومراقبة أنظمة الرقابة في بيئتي العمل MATLAB و PROTEUS

### مقدمة

في هذا الفصل سنتطرق إلى تحليل ومراقبة أنظمة الرقابة باستعمال برامج محاكاة علمية على غرار بيئة العمل MATLAB المستعمل على نطاق واسع لتوفره على مختلف المكاتب الداخلية والتي تسمح بمحاكاة أغلب الأنظمة التطبيقية. من جهة أخرى، أثبت برنامج المحاكاة PROTEUS فعالية كبيرة جداً حين تمثيل الأنظمة الالكترونية الدقيقة.

وعلى هذا الأساس، سنتطرق إلى كيفية تمثيل دالة تحويل أنظمة الرقابة باستعمال بيئة العمل MATLAB بما فيها تمثيل دوال تحويل نظام رقابة حلقة مفتوحة، دوال تحويل نظام رقابة حلقة مغلقة وكذلك صياغة خوارزمية المراقب PID مع التطرق إلى بعض التطبيقات على أنظمة من الرتب الأولى والثانية. بالإضافة إلى ما سبق، سنتطرق إلى تطبيقات تخص الدارات الالكترونية باستعمال بيئة العمل PROTEUS والتي تتوفر هي كذلك على ميزة تطبيق المراقب PID بمختلف الصيغ.

### 1.5 تمثيل دالة التحويل في بيئة العمل MATLAB

يمكن تمثيل دالة تحويل نظام رقابة ما في بيئة العمل MATLAB باستعمال التعليمة tf والتي تُشير اختصاراً إلى transfer function ، حيث يمكن التعرف على وظيفتها من خلال تنفيذ تعليمة help tf في نافذة الأوامر التابعة لبيئة العمل.

❖ تنويه 1: جدير بالذكر أنّ بيئة العمل MATLAB تعتمد على المتغير الافتراضي "s" عند التعامل مع تحويل لابلاس، حيث لا يتطلب الأمر التصريح بالمتغير عند تنفيذ التعليمات في كل مرة. وعليه، سنعتمد على هذا المتغير حين تنفيذ التعليمات طيلة هذا الفصل.

❖ تنويه 2: تُتيح بيئة العمل MATLAB إمكانية إظهار النتيجة مباشرةً إذا ما تم حذف الرمز ";" عند نهاية إحدى أسطر البرنامج. من جهة أخرى، يُستحسن استعمال التعليمة clear قبل تنفيذ تعليمات غير متعلقة بما سبق وذلك لمسح فضاء العمل وإزالة المتغيرات والدوال التي تم تنفيذها سابقاً.

#### 1.1.5 تمثيل دالة تحويل الحلقة المفتوحة

يمكن حساب دالة تحويل الحلقة المفتوحة في بيئة العمل MATLAB وذلك بالتصريح أولاً بثوابت النظام ومن ثم يتم استنتاج عبارة دالة التحويل الموافقة.

مثال 1.1.5.أ: تمثيل دالة تحويل نظام رقابة من الرتبة الأولى في بيئة العمل MATLAB.

$$G(p) = \frac{1}{10p + 3} \quad (1.5)$$

الحل: يمكن تمثيل دالة التحويل  $G(p)$  في بيئة العمل MATLAB باستعمال التعليمة tf بطريقتين مختلفتين كما هو موضح في الجدول 1.1.5.أ.

الجدول 1.1.5.أ. تمثيل دالة تحويل المثال 1.1.5.أ في بيئة العمل MATLAB.

التعليقات	النتائج
الطريقة الأولى	
<pre>s = tf('s'); G = 1/(10*s + 3)</pre>	<pre>G =       1 ----- 10 s + 3 Continuous-time transfer function.</pre>
الطريقة الثانية	
<pre>G = tf(1,[10 3])</pre>	<pre>G =       1 ----- 10 s + 3 Continuous-time transfer function.</pre>

نلاحظ أن كلا التيجتين متطابقتين مع اختلاف في كيفية التصريح بدالة التحويل، حيث يتم استعمال العبارة الرياضية لدالة التحويل في الطريقة الأولى بينما يتم استعمال معاملات البسط والمقام في الطريقة الثانية. سنعمد طيلة الفصل على الطريقة الثانية لسهولة التعبير على دوال التحويل.

مثال 1.1.5.ب: تمثيل دوال التحويل التالية في بيئة العمل MATLAB.

$$G_1(p) = \frac{p+2}{p^2+0.5p+3}, \quad G_2(p) = \frac{p^2+p+7}{p^3+40p^2+475p+1500} \quad (2.5)$$

الحل: يمكن تمثيل دوال التحويل مباشرةً كما هو موضح في الجدول 1.1.5.ب.

الجدول 1.1.5.ب. تمثيل دوال تحويل المثال 1.1.5.ب في بيئة العمل MATLAB.

التعليقات	النتائج
<pre>G1 = tf([1 2],[1 0.5 3])</pre>	<pre>G1 =       s + 2 ----- s^2 + 0.5 s + 3 Continuous-time transfer function.</pre>
<pre>G2 = tf([1 1 7],[1 40 475 1500])</pre>	<pre>G2 =       s^2 + s + 7 ----- s^3 + 40 s^2 + 475 s + 1500 Continuous-time transfer function.</pre>

### 2.1.5 تمثيل دالة تحويل الحلقة المغلقة في بيئة العمل MATLAB

يمكن تمثيل دالة تحويل الحلقة المغلقة في بيئة العمل MATLAB بطريقتين مختلفتين، حيث نستخدم في الطريقة الأولى على عبارة دالة التحويل الحلقة المغلقة مباشرةً باستعمال العبارة

$$G_{CL} = \frac{G}{1+GH} \quad (3.5)$$

بينما نستخدم في الطريقة الثانية على التعليمة feedback والتي تسمح بتبسيط الكسر المتحصل عليه. النتيجة حتمًا متطابقة في كلا الطريقتين يبقى الاختلاف فقط في الصيغة النهائية لدالة التحويل.

**مثال 2.1.5 أ:** حساب دالة تحويل الحلقة المغلقة  $G_{CL}(p)$  للمثال 1.1.5 أ مع  $H(p) = 1$ .

**الحل:** من خلال العبارة (3.5) نجد أن

$$G_{CL} = \frac{G}{1+GH} = \frac{\frac{1}{10p+3}}{1+\frac{1}{10p+3} \times 1} = \frac{1}{10p+4} \quad (4.5)$$

يتم تمثيل دالة تحويل الحلقة المغلقة (4.5) في بيئة العمل MATLAB بإحدى الطريقتين السالفتين الذكر كما هو موضح في الجدول 2.1.5 أ.

**الجدول 2.1.5 أ:** تمثيل دالة تحويل الحلقة المغلقة للمثال 2.1.5 أ في بيئة العمل MATLAB.

التعليقات	النتائج
الطريقة الأولى	
<pre>H = 1; G = tf(1,[10 3]); G_CL_m1 = G/(1+G*H)</pre>	<pre>G_CL_m1 =       10 s + 3 ----- 100 s^2 + 70 s + 12 Continuous-time transfer function.</pre>
الطريقة الثانية	
<pre>H = 1; G = tf(1,[10 3]); G_CL_m2 = feedback(G,H)</pre>	<pre>G_CL2 =       1 ----- 10 s + 4 Continuous-time transfer function.</pre>

يمكن التأكد من تطابق النتائج مباشرةً في بيئة العمل MATLAB وذلك بتنفيذ التعليمة zpk على دالة تحويل الحلقة المغلقة الناتجة باستعمال الطريقة الأولى، حيث تسمح هذه التعليمة بتبسيط الكسر إلى جداء عوامل كما هو موضح في جدول النتائج التالي.

الجدول 2.1.5.أ. (نتيجة) تأكيد تطابق نتيجة الطريقتين المستعملتين.

التعليقات	النتائج
zpk(G_CL_m1)	ans = 0.1 (s+0.3) ----- (s+0.4) (s+0.3) Continuous-time zero/pole/gain model.

سنعتمد على الطريقة الثانية وذلك باستعمال التعليمة feedback لسهولة التعبير عن دالة تحويل الحلقة المغلقة.

مثال 2.1.5.ب : حساب دالة تحويل الحلقة المغلقة للمثال 1.1.5.ب مع  $H(p) = 2$ .

الحل: لدينا

$$G_{CL1} = \frac{G_1}{1+G_1H} = \frac{\frac{p+2}{p^2+0.5p+3}}{1+\frac{p+2}{p^2+0.5p+3} \times 2} = \frac{p+2}{p^2+2.5p+7} \quad (5.5)$$

$$G_{CL2} = \frac{G_2}{1+G_2H} = \frac{\frac{p^2+p+7}{p^3+40p^2+475p+1500}}{1+\frac{p^2+p+7}{p^3+40p^2+475p+1500} \times 2} = \frac{p^2+p+7}{p^3+42p^2+477p+1514}$$

يمكن تمثيل دوال تحويل الحلقة المغلقة  $G_{CL1}(p)$  و  $G_{CL2}(p)$  كما هو موضح في الجدول 2.1.5.ب.

الجدول 2.1.5.ب. تمثيل دوال تحويل الحلقة المغلقة للمثال 2.1.5.ب في بيئة العمل MATLAB.

التعليقات	النتائج
H = 2; G1 = tf([1 2],[1 .5 3]);  G_CL1 = feedback(G1,H)	G_CL1 = s + 2 ----- s^2 + 2.5 s + 7 Continuous-time transfer function.
H = 2; G2 = tf([1 1 7],[1 40 475 1500]);  G_CL2 = feedback(G2,H)	G_CL2 = s^2 + s + 7 ----- s^3 + 42 s^2 + 477 s + 1514 Continuous-time transfer function.

## 2.5. تحليل استجابة أنظمة الرقابة في بيئة العمل MATLAB

تُوفّر بيئة العمل MATLAB ميزة تحليل استجابة أنظمة الرقابة بدلالة مختلف إشارات المدخل؛ بما فيها الإشارات النبضية، الانحدارية وخطوة الوحدة. وبما أنه تم التطرق إلى حد الآن إلى تحليل استجابة أنظمة الرقابة بالنسبة لإشارة الخطوة، وعليه سنقتصر على هذا النوع فقط من التحليل. وعلى هذا الأساس، سنركز على النتائج المتحصل عليها في الفصل 4 الخاصة بمواصفات استجابة أنظمة رقابة من الرتب الأولى والثانية بالنسبة لإشارة الخطوة. في هذا السياق، فإنّ التعليمات stepinfo تسمح باستخراج مواصفات استجابة النظام بالنسبة لإشارة خطوة الوحدة بينما تسمح التعليمات step برسم الاستجابة بدلالة الزمن.

### 1.2.5 تحليل استجابة أنظمة الرقابة من الرتبة الأولى

مثال 1.2.5.أ : تحليل استجابة دالة تحويل الحلقة المغلقة للمثال 1.2.1.5. الحل: لدينا

$$G(p) = \frac{4}{10p + 4} \quad (6.5)$$

بمقارنة المعادلة (6.5) مع الشكل النموذجي لنظام رقابة من الرتبة الأولى المُعطى بالعلاقة (6.3) في الفصل 3، نتحصل على

$$G(p) = \frac{4}{10p + 4} = \frac{1}{\frac{10}{4}p + 1} = \frac{1}{\tau p + 1} \quad (7.5)$$

إعتماداً على المواصفات العامة بالنسبة لنظام رقابة من الرتبة الأولى المجمعة في الجدول 2.3.3 في الفصل 3، ومنه نستنتج مواصفات دالة تحويل الحلقة المغلقة كما هو موضح في الجدول التالي.

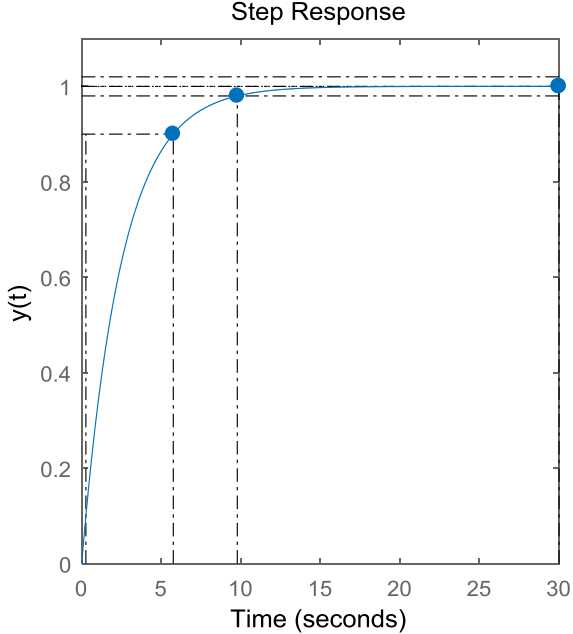
الجدول 1.2.5.أ. مواصفات دالة تحويل الحلقة المغلقة (6.5).

المواصفة	العلاقة
ثابت الكسب	$K = 1$
ثابت الزمن	$\tau = \frac{10}{4} = 2.5 \text{ sec}$
زمن الصعود	$t_r = 2.197\tau = 2.197 \times 2.5 = 5.492 \text{ sec}$
زمن الاستكانة	$t_s = 3.912\tau = 3.912 \times 2.5 = 9.780 \text{ sec}$
معامل استجابة الحالة المستقرة	$y_{ss} = K = 1$
معامل خطأ الحالة المستقرة	$e_{ss} = 1 - y_{ss} = 0$

من جهة أخرى، نستعرض في الجدول الملحق الموالي مواصفات النظام والاستجابة الزمنية والتي تم

الحصول عليها في بيئة العمل MATLAB باستعمال التعليمات stepinfo و step ، على التوالي.

الجدول 1.2.5.أ. (ملحق) مواصفات دالة تحويل الحلقة المغلقة (6.5) في بيئة العمل MATLAB.

التعليمات	التائج
<code>G = tf(4,[10 4])</code>	$G = \frac{4}{10s + 4}$ <p>Continuous-time transfer function.</p>
<code>stepinfo(G)</code>	<pre>ans = struct with fields:     RiseTime: 5.4925     SettlingTime: 9.7802     SettlingMin: 0.2261     SettlingMax: 0.2500     Overshoot: 0     Undershoot: 0     Peak: 0.2500     PeakTime: 26.3646</pre>
<code>t = 0:0.1:30;</code> <code>step(G,t)</code>	 <p>Step Response</p>

وعليه، نلاحظ انسجام تام بين النتائج المتحصل عليها حسابياً وتلك التي تم استخراجها بواسطة بيئة العمل MATLAB.

❖ تنويه 3: جدير بالذكر أنّ التصريح الداخلي للتعليمية stepinfo يسمح بتحديد زمن الصعود  $t_r$  اللازم لبلوغ الاستجابة الزمنية من 10% إلى 90% من القيمة النهائية عند أول مرة. وعليه، يجب تغيير هذه الخاصية حين استنتاج مواصفات دالة تحويل أنظمة الرقابة من الرتبة الثانية حيث أنّ الدراسة تعتمد على الزمن اللازم لبلوغ الاستجابة الزمنية من 0% إلى 100% من القيمة النهائية عند أول مرة.

مثال 1.2.5.ب: تحليل استجابة النظام المعطى بدالة تحويل الحلقة المغلقة التالية:

$$G(p) = \frac{1}{7p+3} \quad (8.5)$$

الحل: لدينا

$$G(p) = \frac{1}{7p+3} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{\frac{7}{3}p+1} = \frac{K}{\tau p+1} \quad (9.5)$$

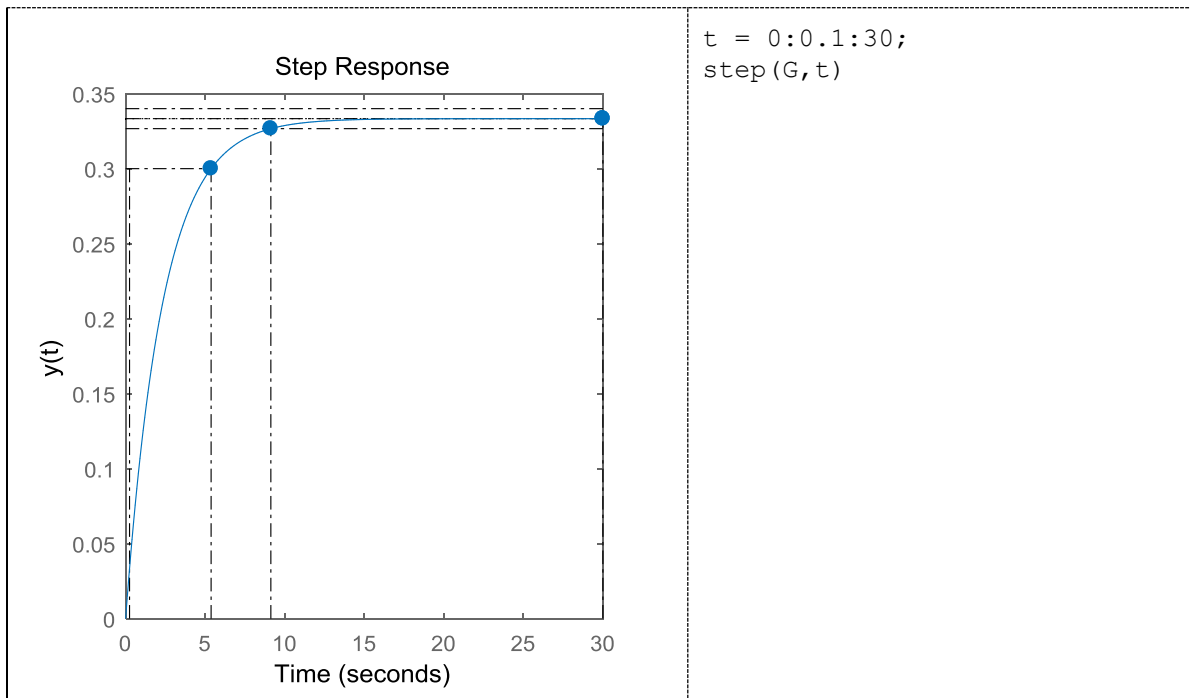
ومنه نستنتج مواصفات النظام قيد الدراسة في الجدول 1.2.5.ب. بالإضافة إلى ذلك، سنستعرض النتائج المتحصل عليها والاستجابة الزمنية في بيئة العمل MATLAB.

الجدول 1.2.5.ب. مواصفات دالة تحويل الحلقة المغلقة (8.5).

المواصفة	العبرة
ثابت الكسب	$K = 0.333$
ثابت الزمن	$\tau = 2.333 \text{ sec}$
زمن الصعود	$t_r = 2.197\tau = 2.197 \times 2.333 = 5.126 \text{ sec}$
زمن الاستكانة	$t_s = 3.912\tau = 3.912 \times 2.333 = 9.128 \text{ sec}$
معامل استجابة الحالة المستقرة	$y_{ss} = K = 0.333$
معامل خطأ الحالة المستقرة	$e_{ss} = 1 - y_{ss} = 0.666$

الجدول 1.2.5.ب. (ملحق) مواصفات دالة تحويل الحلقة المغلقة (8.5) في بيئة العمل MATLAB.

التعليمات	النتائج
$G = \text{tf}(1, [3 \ 7])$	$G = \frac{1}{7s+3}$ <p>Continuous-time transfer function.</p>
$\text{stepinfo}(G)$	<p>ans =</p> <p>struct with fields:</p> <p>RiseTime: 5.1263</p> <p>SettlingTime: 9.1282</p> <p>SettlingMin: 0.3015</p> <p>SettlingMax: 0.3333</p> <p>Overshoot: 0</p> <p>Undershoot: 0</p> <p>Peak: 0.3333</p> <p>PeakTime: 24.5070</p>



2.2.5 تحليل استجابة أنظمة الرقابة من الرتبة الثانية في بيئة العمل MATLAB  
مثال 2.2.5 أ: تحليل استجابة دالة تحويل الحلقة المغلقة من الرتبة الثانية للمثال 3.3.4 أ حيث

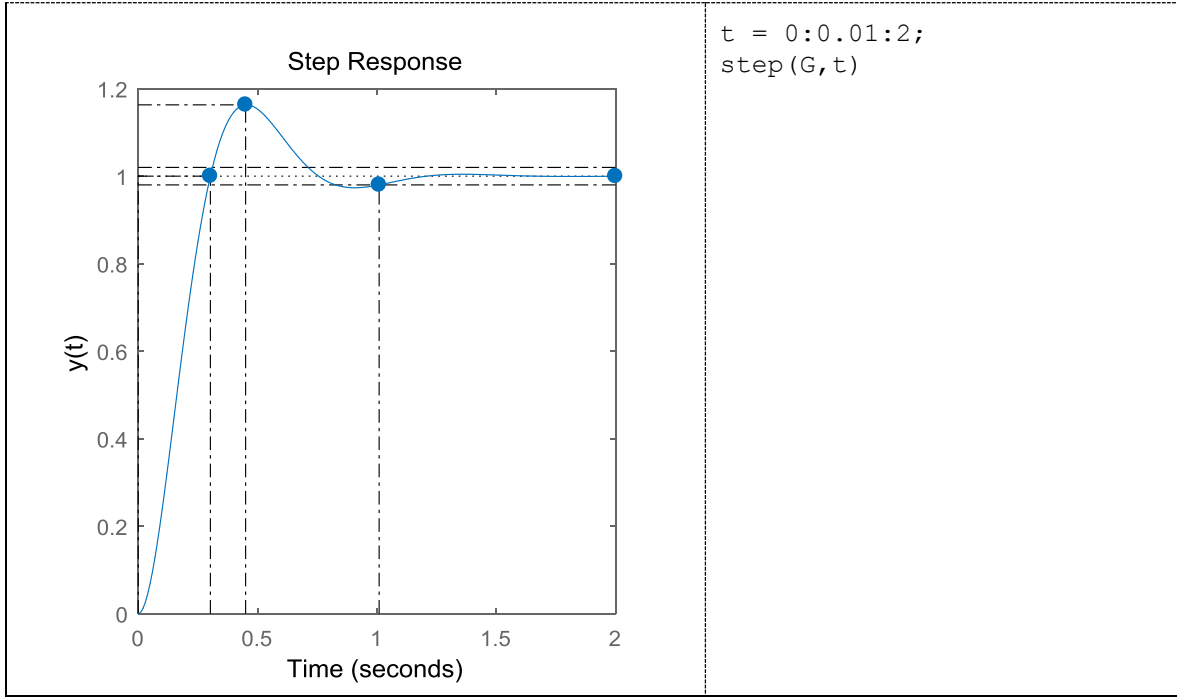
$$G(p) = \frac{64}{p^2 + 8p + 64} \quad (10.5)$$

الحل: يمكن مراجعة نتائج مواصفات دالة تحويل الحلقة المغلقة المتحصل عليها للتطبيق 3.4.3 في الفصل 3، والتي تتطابق مع النتائج المتحصل عليها في بيئة العمل MATLAB في الجدول التالي.

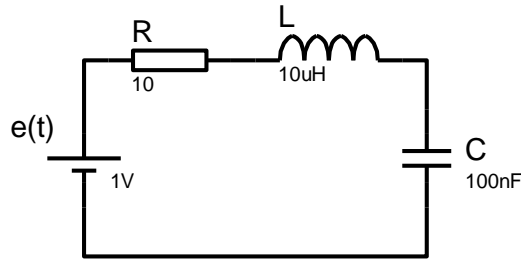
الجدول 2.2.5 أ. (ملحق) مواصفات دالة تحويل الحلقة المغلقة في بيئة العمل MATLAB.

التعليقات	النتائج
G = tf(64,[1 8 64])	G = 64 ----- s^2 + 8 s + 64 Continuous-time transfer function.
stepinfo(G,'RiseTimeLimits',[0,1])	ans = struct with fields: RiseTime: 0.3024 SettlingTime: 1.0095 SettlingMin: 0.9734 SettlingMax: 1.1629 Overshoot: 16.2929 Undershoot: 0 Peak: 1.1629 PeakTime: 0.4490

**ملاحظة:** كما تم التنويه إليه من قبل في التنويه 3، فإنه يجب تغيير كيفية التصريح بزمن الصعود في التعليمة stepinfo بالنسبة لأنظمة الرقابة من الرتبة الثانية وذلك بتحديد مجال الزمن كما هو موضح في التعليمة أعلاه.



مثال 2.2.5.ب : تحليل استجابة فرق الكمون بين طرفي المكثفة  $v_c(t)$  في الدارة كهربائية التالية



الشكل 2.2.5.ب. دارة RLC على التسلسل.

الحل: بتطبيق قانون تقسيم الجهد، مباشرةً لدينا

$$V_c(p) = \frac{\frac{1}{Cp}}{Lp + R + \frac{1}{Cp}} E(p) = \frac{1}{LCp^2 + RCp + 1} E(p) = \frac{\frac{1}{LC}}{p^2 + \frac{R}{L}p + \frac{1}{LC}} E(p) \quad (11.5)$$

ومنه نتحصل على دالة تحويل الحلقة المغلقة التالية

$$G(p) = \frac{V_c(p)}{E(p)} = \frac{\omega_n^2}{p^2 + 2\zeta\omega_n p + \omega_n^2} \quad (12.5)$$

حيث أن  $\omega_n^2 = \frac{1}{LC}$  و  $\zeta = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$ . بتعويض قيم العناصر الكهربائية نتحصل على الدالة  $G(p)$  التالية

$$G(p) = \frac{10^{12}}{p^2 + 10^6 p + 10^{12}} \quad (13.5)$$

وعليه فإن مواصفات دالة تحويل الحلقة المغلقة موضحة في الجدول التالي.

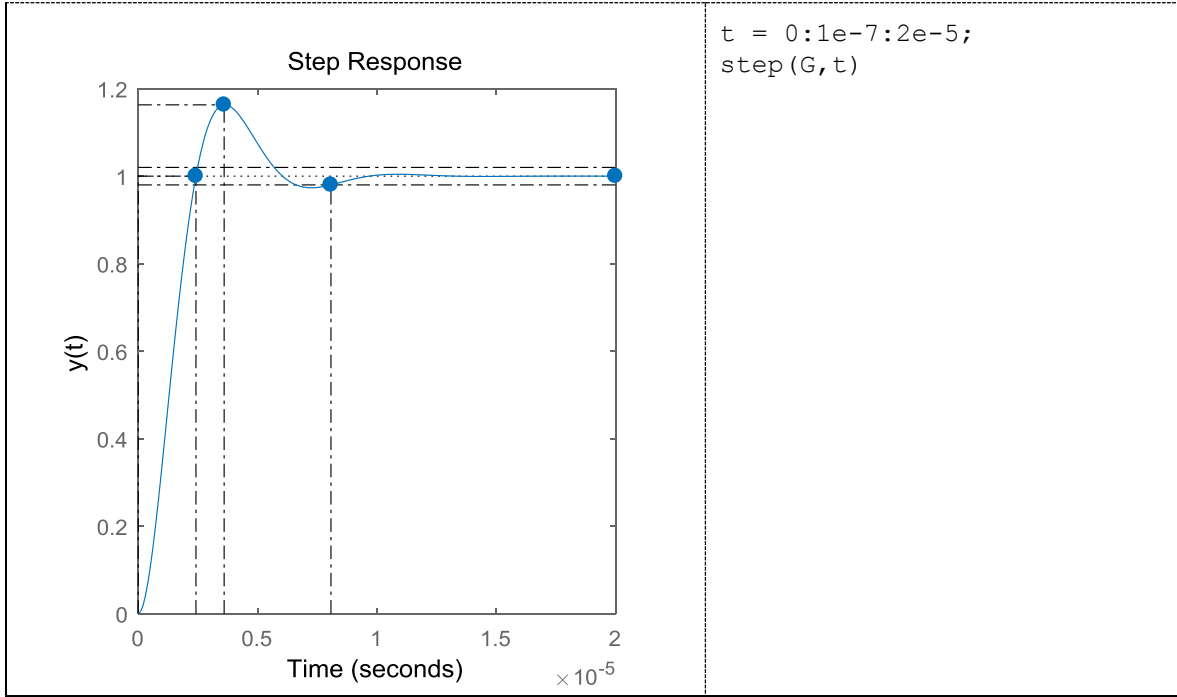
الجدول 2.2.5.ب. مواصفات دالة تحويل الحلقة المغلقة.

الخاصية	العبرة
ثابت الكسب	$K = 1$
ثابت الزمن	$\tau = 2 \times 10^{-6} \text{ sec}$
النض الطبيعي	$\omega_n^2 = 10^{12} \Rightarrow \omega_n = 10^6 \text{ rad/sec}$
التخامد	$\zeta = 0.5 \Rightarrow 0 \leq \zeta \leq 1$
النض المتخامد	$\omega_d = 8.66 \times 10^5 \text{ rad/sec}$
زمن الصعود	$t_r = 2.417 \times 10^{-6} \text{ sec}$
زمن الذروة	$t_p = 3.627 \times 10^{-6} \text{ sec}$
زمن الاستكانة	$t_s = 8 \times 10^{-6} \text{ sec}$
التجاوز الأقصى	$M_p = 16.3\%$
معامل استجابة الحالة المستقرة	$y_{ss} = 1$
معامل خطأ الحالة المستقرة	$e_{ss} = 0$

من جهة أخرى، نستعرض في الجدول الملحق الموالي مواصفات دالة تحويل الحلقة المغلقة والتي تم الحصول عليها في بيئة العمل MATLAB باستعمال التعليمتين step و stepinfo.

الجدول 2.2.5.ب. (ملحق) مواصفات نظام ضبط السرعة في بيئة العمل MATLAB.

التعليقات	النتائج
$G = \text{tf}(1e12, [1 \ 1e6 \ 1e12])$	$G = \frac{1e12}{s^2 + 1e06 s + 1e12}$ <p>Continuous-time transfer function.</p>
<code>stepinfo(G, 'RiseTimeLimits', [0, 1])</code>	<p>ans =</p> <p>struct with fields:</p> <p>RiseTime: 2.4192e-06</p> <p>SettlingTime: 8.0759e-06</p> <p>SettlingMin: 0.9734</p> <p>SettlingMax: 1.1629</p> <p>Overshoot: 16.2929</p> <p>Undershoot: 0</p> <p>Peak: 1.1629</p> <p>PeakTime: 3.5920e-06</p>



❖ تنويه 4: تُوفر بيئة العمل MATLAB ميزة اختصار كتابة الأعداد ذات القيم الكبيرة حيث أن  $1e6 = 10^6$ ،  $2e-5 = 2 \times 10^{-5}$ ، وهكذا.

### 3.5. مراقبة أنظمة الرقابة باستعمال المراقب PID في بيئة العمل MATLAB

من جانبه، يمكن تطبيق المراقب PID على دالة تحويل أنظمة الرقابة في بيئة العمل MATLAB بطريقتين مختلفتين. نعتمد في الطريقة الأولى على إدراج عبارة دالة تحويل المراقب في دالة تحويل الحلقة المغلقة للنظام باستعمال العبارة العامة (5.4) أو إحدى الصيغ الخاصة للمراقب؛ بينما نعتمد في الطريقة الثانية على التعليمة pid التي تُوفرها بيئة العمل MATLAB. النتيجة حتمًا متطابقة بمقارنة نتيجة كلا الطريقتين، لكن سنعتمد على التعليمة pid لسهولة الاستعمال المباشر. لمزيد من المعلومات حول التعليمة يكفي كتابة help pid في نافذة التنفيذ لبيئة العمل.

#### 1.3.5. مراقبة أنظمة الرقابة من الرتبة الأولى

فيما يلي نستعرض أحد التطبيقات المهمة لمراقبة أنظمة الرقابة من الرتبة الأولى باستعمال المراقب PID في بيئة العمل MATLAB.

**تطبيق 1.3.5:** دراسة آثار إجراء تطبيق المراقب PID على نظام ضبط سرعة المركبات حيث أن دالة تحويل الحلقة المغلقة للنظام مُعرّفة كما يلي:

$$G(p) = \frac{1}{mp + b} \quad (14.5)$$

حيث أن  $m$  تُعبر عن كتلة المركبة و  $b$  الاحتكاك.

في هذا السياق نفرض أن كتلة المركبة  $m = 1000 \text{ kg}$  والاحتكاك  $b = 50 \text{ N} \cdot \text{s} / \text{m}$ .

**الحل:** تُعدّ مراقبة نظام ضبط سرعة المركبات تطبيقًا ممتازًا لمبدأ عمل المُراقب PID، حيث أنّ الغرض من استعمال المُراقب PID هو الحفاظ على سرعة ثابتة للمركبة على الرغم من الاضطرابات الخارجية بما فيها التقلبات الجوية ودرجة انحناء الطريق. وعليه، فإنّه يتم تحقيق المراقبة التلقائية للسرعة من خلال قياس سرعة المركبة ومقارنتها بالسرعة المرجعية ومن ثمّ يتم ضبط قوة المحرك اللازمة وفقًا لقانون المراقبة PID.

قبل التطرق إلى مراقبة النظام، نقوم بدراسة تحليل استجابة النظام لمدخل الإشارة الاختبارية الممثلة بخطوة الوحدة. وعليه، وبمقارنة المعادلة (14.5) مع الشكل النموذجي لنظام رقابة من الرتبة الأولى المُعطى بالعبارة (9.3) في الفصل 3، نتحصل على

$$G(p) = \frac{1}{mp + b} = \frac{1}{b} \times \frac{1}{\frac{m}{b}p + 1} = \frac{K}{\tau p + 1} \quad (15.5)$$

بالتعويض نجد

$$G(p) = \frac{1}{1000p + 50} = \frac{1}{50} \times \frac{1}{20p + 1} = \frac{K}{\tau p + 1} \quad (16.5)$$

ومنه نستنتج مواصفات نظام ضبط سرعة المركبات قيد الدراسة كما هو موضح في الجدول 1.3.5.

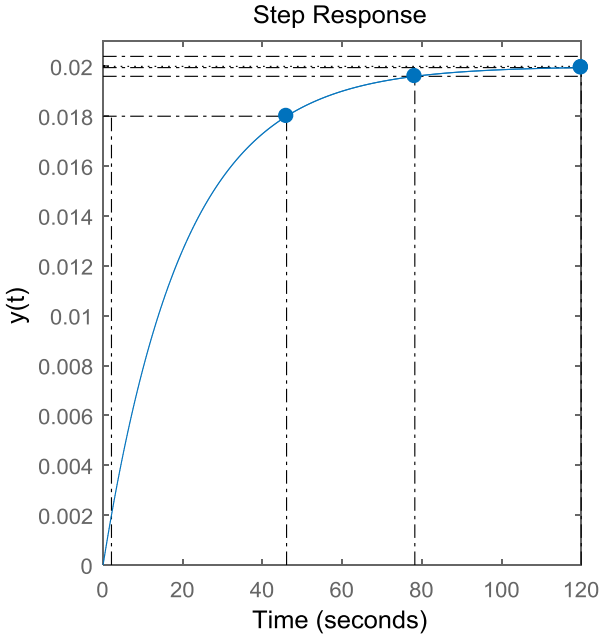
الجدول 1.3.5. مواصفات نظام ضبط سرعة المركبات.

المواصفة	العبارة
ثابت الكسب	$K = \frac{1}{b} = \frac{1}{50} = 0.02$
ثابت الزمن	$\tau = \frac{m}{b} = \frac{1000}{50} = 20 \text{ sec}$
زمن الصعود	$t_r = 2.197\tau = 2.197 \times 20 = 43.94 \text{ sec}$
زمن الاستكانة	$t_s = 3.912\tau = 3.912 \times 20 = 78.24 \text{ sec}$
معامل استجابة الحالة المستقرة	$y_{ss} = K = 0.02$
معامل خطأ الحالة المستقرة	$e_{ss} = 1 - y_{ss} = 0.98$

فيما يخص مواصفات النظام في حد ذاته، نلاحظ أنّ القيمة النهائية للاستجابة الزمنية للنظام من أجل مدخل خطوة الوحدة هي 0.02 وأنّ قيمة الخطأ هي 0.98، وهذا ما يعني أنّ استجابة النظام بعيدة كلّ البعد عن الاستجابة المرجوة. علاوةً على ذلك، فإنّ زمن الصعود هو حوالي 44 ثانية وزمن الاستكانة في حدود 80 ثانية وهي أزمان طويلة جدًا تدلّ على بطء استجابة نظام الرقابة بدون تأثير أيّ مراقبة خارجية.

لتأكيد ما سبق ذكره، نستعرض في الجدول 1.3.5 (ملحق) مواصفات نظام ضبط السرعة والتي تم الحصول عليها في بيئة العمل MATLAB.

الجدول 1.3.5. (ملحق) مواصفات نظام ضبط السرعة في بيئة العمل MATLAB.

التعليقات	النتائج
<pre>m = 1000; b = 50; G = tf(1, [m b])</pre>	<pre>G =        1 ----- 1000 s + 50  Continuous-time transfer function.</pre>
<pre>stepinfo(G)</pre>	<pre>ans =  struct with fields:     RiseTime: 43.9401     SettlingTime: 78.2415     SettlingMin: 0.0181     SettlingMax: 0.0200     Overshoot: 0     Undershoot: 0     Peak: 0.0200     PeakTime: 210.9168</pre>
<pre>t = 0:0.1:120; step(G,t)</pre>	

من خلال النتائج المتحصل عليها، ومنه فإنّ نظام ضبط السرعة غير فعّال من الناحية العملية على حالته هاته. وعليه يجب إخضاع نظام ضبط السرعة إلى المراقبة لتحسين مواصفات النظام وجعل الاستجابة الزمنية تؤوّل إلى الاستجابة المرجوة في أسرع وقت ممكن مع الحفاظ على خصائص النظام في حد ذاته.

وعلى هذا الأساس، سنستعرض فيما يلي تأثير المراقبة PID على استجابة نظام ضبط السرعة باستعمال مختلف الصيغ التي تمّ التطرق إليها في الفصل 4 مع تدوين الملاحظات في كل حالة والتي تسمح بأخذ فكرة عامة على كيفية تطبيق المراقبة المناسب عند دراسة نظام ما.

1.3.5.أ. تأثير المُرَاقِب PID من النوع P على استجابة نظام ضبط السرعة  
لتكن قيمة ثابت الكسب التناسبي  $K_p = 100$ ، ومنه نستنتج دالة تحويل الحلقة المغلقة لنظام ضبط السرعة تحت تأثير المُرَاقِب PID من النوع P وذلك بالاعتماد على الصيغة (9.4) المتحصل عليها في الفصل 4 كما يلي

$$\bar{G}_p = \frac{100}{1000p + 150} = \frac{\bar{K}}{\bar{\tau}p + 1} \quad (17.5)$$

حيث أن قيم المعاملات  $\bar{K}$  و  $\bar{\tau}$  معطاة بالصيغة (10.4) المتحصل عليها هي كذلك في الفصل 4 كما يلي

$$\bar{K} = \frac{K_p K}{1 + K_p K} \Rightarrow \bar{K} = \frac{100 \times 0.02}{1 + 100 \times 0.02} = \frac{2}{3} = 0.667$$

$$\bar{\tau} = \frac{\tau}{1 + K_p K} \Rightarrow \bar{\tau} = \frac{20}{1 + 100 \times 0.02} = 6.667 \text{ sec} \quad (18.5)$$

ومنه نستنتج مواصفات نظام ضبط سرعة المركبات تحت تأثير المُرَاقِب PID من النوع P بالاعتماد على النتائج النظرية المعطاة في الجدول 1.3.4.أ في الفصل 4 كما يلي.

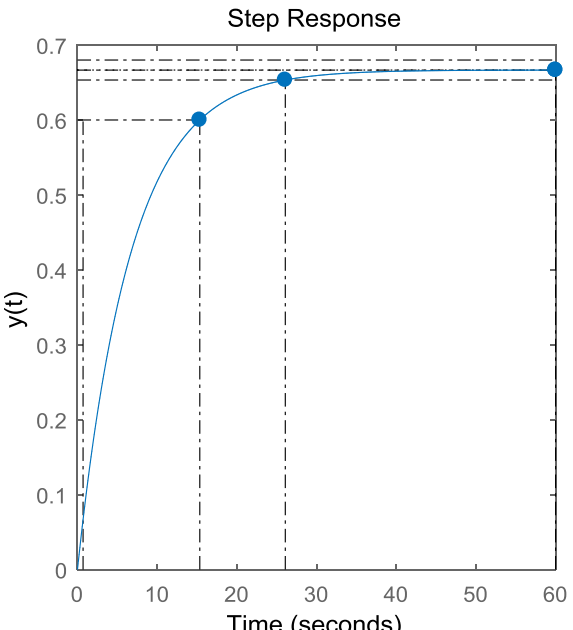
الجدول 1.3.5.أ. مواصفات نظام ضبط سرعة المركبات تحت تأثير المُرَاقِب PID من النوع P.

المواصفة	العبارة
ثابت الكسب	$\bar{K} = 0.667$
ثابت الزمن	$\bar{\tau} = 6.667 \text{ sec}$
زمن الصعود	$t_r = 2.197\bar{\tau} = 14.647 \text{ sec}$
زمن الاستكانة	$t_s = 3.912\bar{\tau} = 26.081 \text{ sec}$
معامل استجابة الحالة المستقرة	$y_{ss} = \bar{K} = 0.667$
معامل خطأ الحالة المستقرة	$e_{ss} = 1 - \bar{K} = 0.333$

كما يتم استنتاج مواصفات النظام تحت تأثير المُرَاقِب PID من النوع P باستعمال التعليمة pid في بيئة العمل MATLAB. يتم سرد النتائج المتحصل عليها في هذه الحالة في الجدول 1.3.5.أ. (ملحق) الموافق.

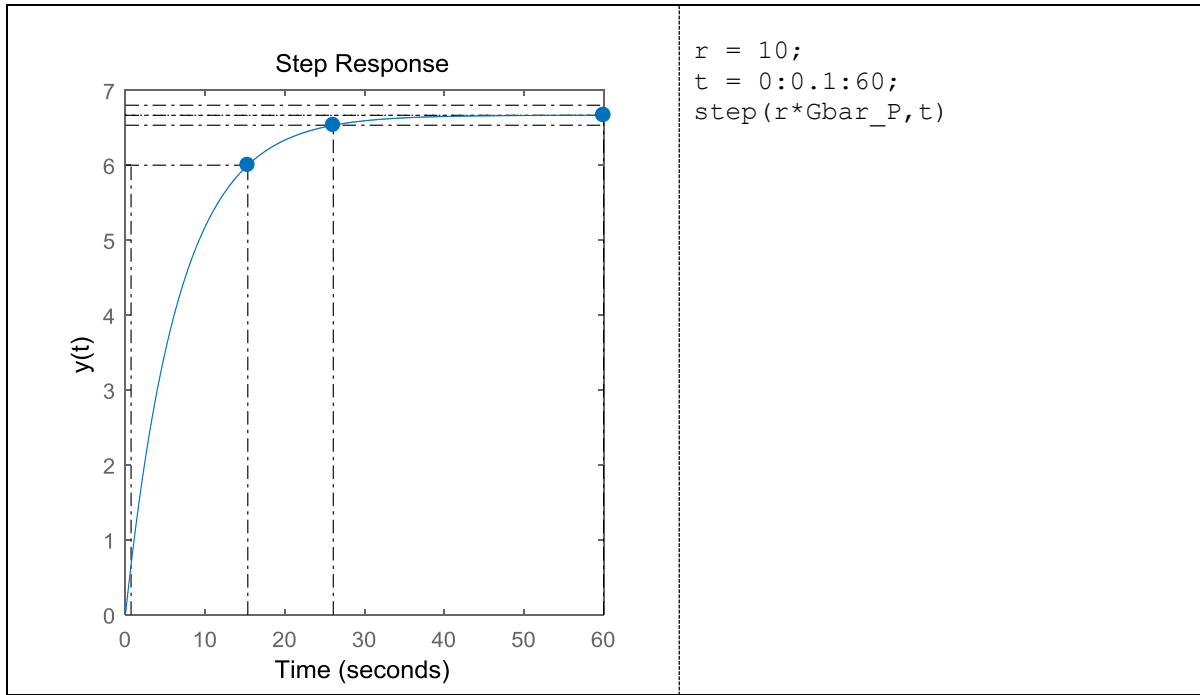
الجدول 1.3.5.أ. (ملحق) مواصفات النظام تحت تأثير المُرَاقِب PID من النوع P في بيئة العمل MATLAB.

التعليقات	النتائج
<pre>m = 1000; b = 50; G = tf(1, [m b])</pre>	<pre>G =       1 ----- 1000 s + 50 Continuous-time transfer function.</pre>

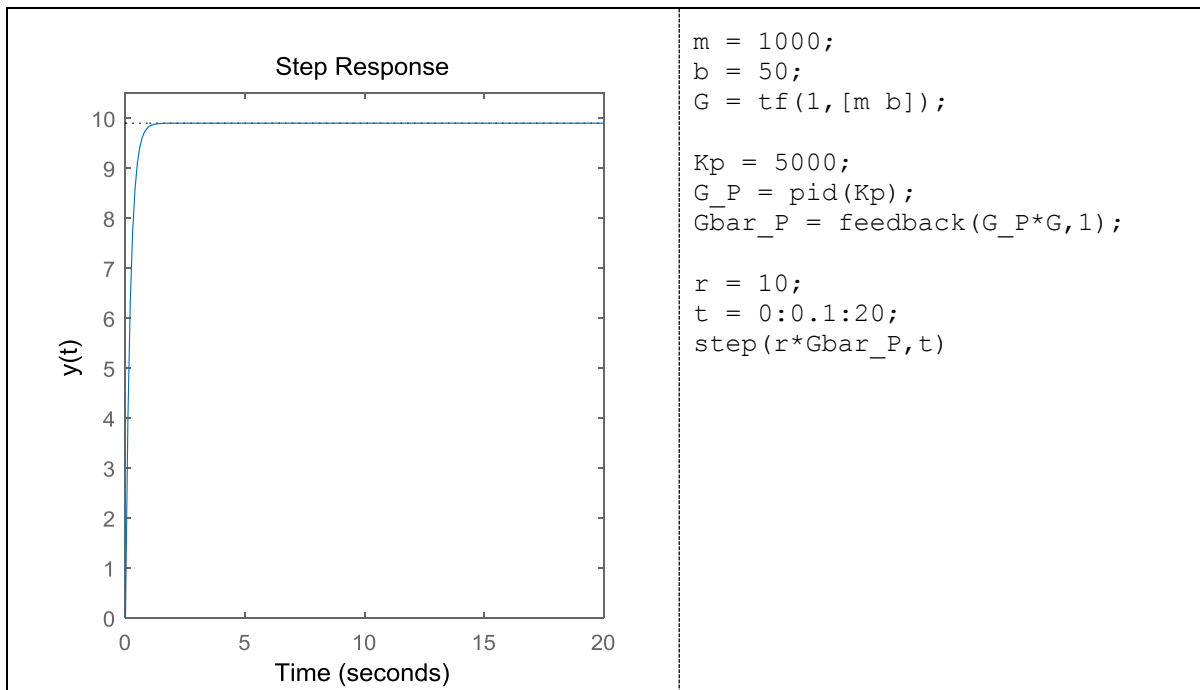
<pre>G_P =     Kp = 100 P-only controller.</pre>	<pre>Kp = 100; G_P = pid(Kp)</pre>
<pre>Gbar_P =     100 -----     1000 s + 150 Continuous-time transfer function.</pre>	<pre>Gbar_P = feedback(G_P*G,1)</pre>
<pre>ans = struct with fields:     RiseTime: 14.5467     SettlingTime: 26.0805     SettlingMin: 0.5030     SettlingMax: 0.5666     Overshoot: 0     Undershoot: 0     Peak: 0.5666     PeakTime: 70.3056</pre>	<pre>stepinfo(Gbar_P)</pre>
	<pre>t = 0:0.1:60; step(Gbar_P,t)</pre>

من خلال النتائج المتحصل عليها، نلاحظ تحسن كبير في القيمة النهائية للاستجابة الزمنية للنظام حيث ارتفعت من 0.02 إلى 0.567 مع قيمة الخطأ 0.333 عوض 0.98 في الحالة الحرة، وهذا ما يعني أنّ استجابة النظام قد اقتربت كثيراً نحو الاستجابة المرجوة.

علاوةً على ذلك، فإنّ كل من زمن الصعود وزمن الاستكانة انخفضا من حدود 44 ثانية و 80 ثانية إلى حدود 14 و 26 ثانية، على التوالي. وعليه، يمكن تحديد استجابة النظام من أجل أيّ قيمة مرجعية للسرعة كما هو موضح في الشكل المرفق من أجل السرعة المرجعية  $r = 10 \text{ m/s}$ .



جدير بالذكر أنه يمكن زيادة قيمة الحد التناسبي لتحسين الاستجابة الزمنية للنظام حيث سيسمح ذلك بتخفيض كل من زمن الصعود وزمن الاستكانة وكذا التقليل من قيمة الخطأ. لكن يجب أخذ الاحتياطات من الناحية العملية وذلك لكي تتوافق مع القيم الحقيقية. مثلاً بفرض أن  $K_p = 5000$  نتحصل على النتائج في بيئة العمل MATLAB كما يلي.



من خلال النتائج المتحصل عليها في الشكل الأخير، نلاحظ انخفاض كلي لأزمة الصعود والاستكانة مع انخفاض شديد في الخطأ. لكن هذه النتيجة غير قابلة للتحقيق في أرض الواقع لأنه لا يمكن لنظام ضبط السرعة تغيير سرعة المركبة من 0 إلى 10 m/s في أقل من 0.5 ثانية وذلك لأسباب

عملية بحتة تتعلق أساساً بالطاقة الفعلية للمركبة في حد ذاتها. ومنه، فإنّ المُرَاقِب PID من النوع P أثبت فعاليته إلى حد ما لكن لا زال هناك إمكانية تحسين النتائج وذلك من خلال استعمال كل من الحد التكاملي والحد الاشتقاقي.

### 1.3.5.ب. تأثير المُرَاقِب PID من النوع PI على استجابة نظام ضبط السرعة

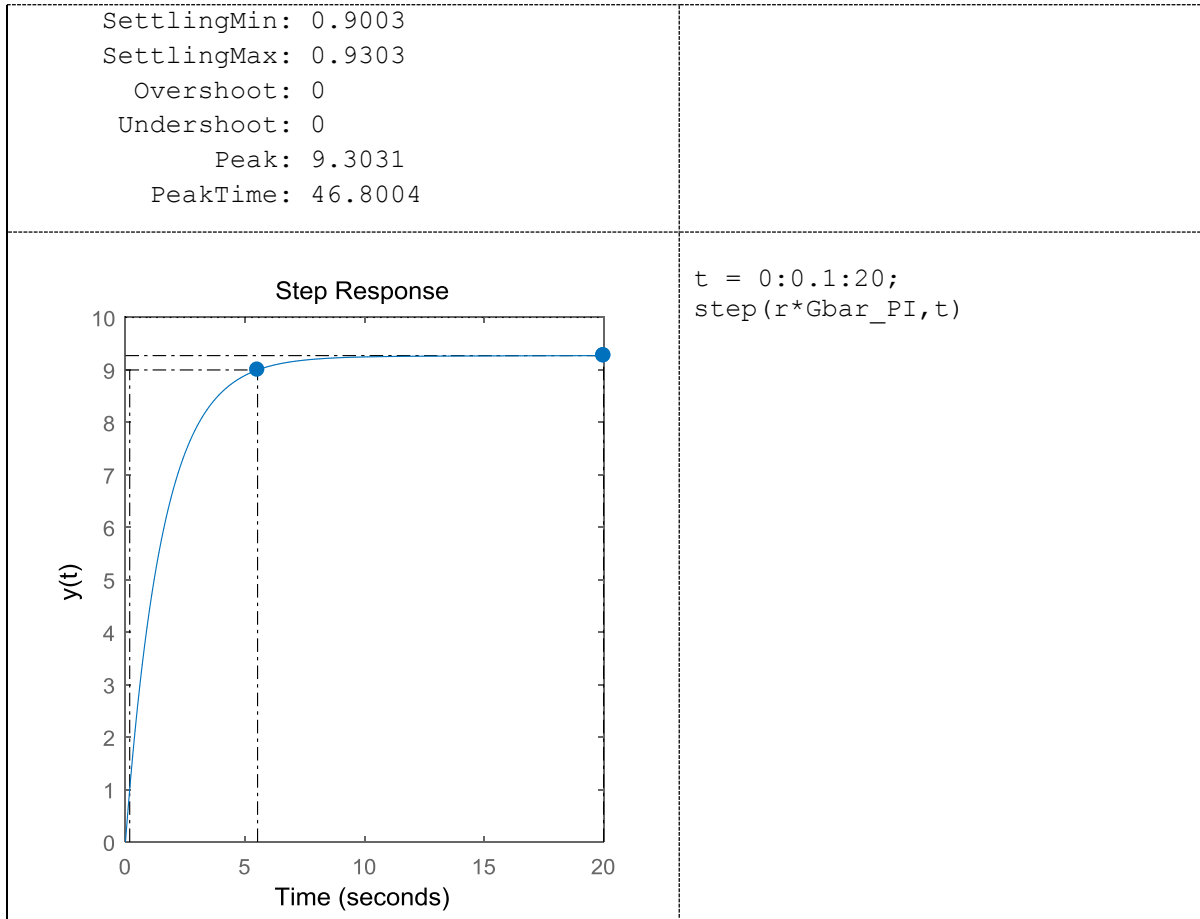
لتكن قيمة ثابت الكسب التناسبي  $K_p = 600$  و ثابت الكسب التكاملي  $K_i = 1$  ومنه نستنتج دالة تحويل الحلقة المغلقة للنظام قيد الدراسة تحت تأثير المُرَاقِب PID من النوع PI بالاعتماد على الصيغة (14.5) المتحصل عليها في الفصل 5 كما يلي

$$\bar{G}_{PI} = \frac{K_p K_p + K_i K}{\tau p^2 + (1 + K_p K)p + K_i K} = \frac{12p + 0.02}{20p^2 + 13p + 0.02} \times \frac{50}{50} = \frac{600p + 1}{1000p^2 + 650p + 1} \quad (19.5)$$

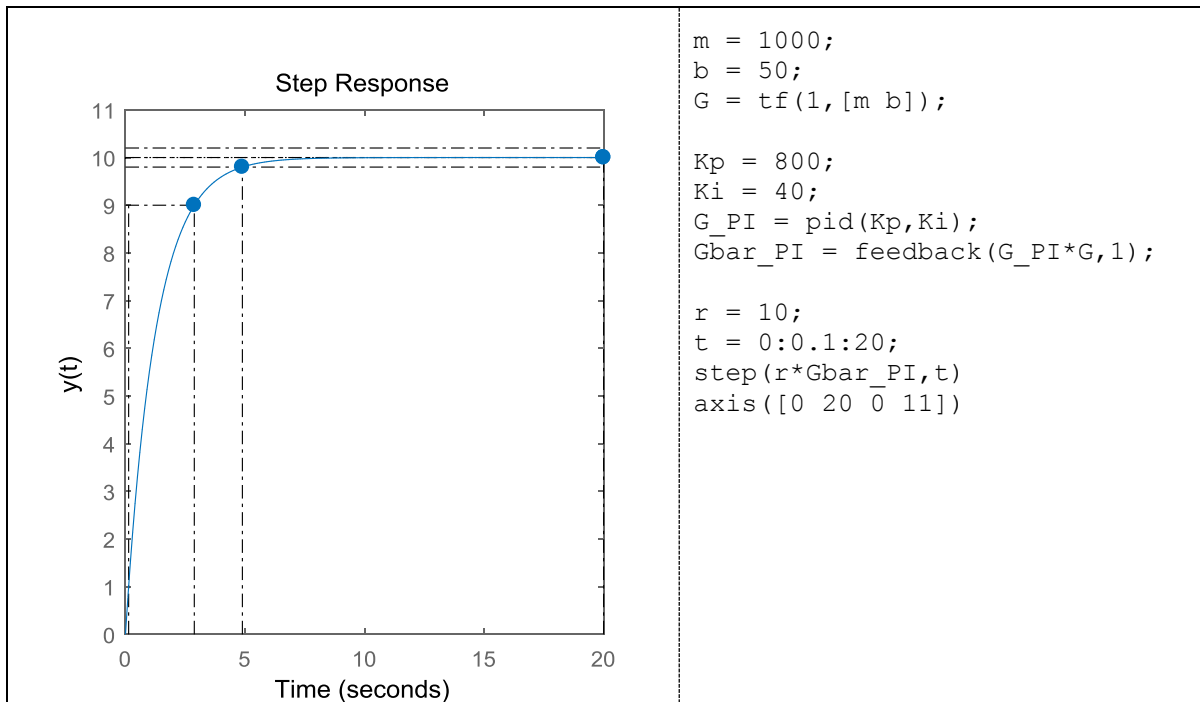
ومنه نستنتج مواصفات نظام ضبط سرعة المركبات تحت تأثير المُرَاقِب PID من النوع PI بالاعتماد مباشرةً على بيئة العمل MATLAB كما هو مُعطى في الجدول 1.3.5.ب وذلك بإضافة الكسب التكاملي مع الكسب التناسبي في عبارة التعليمة pid.

**الجدول 1.3.5.ب. مواصفات النظام تحت تأثير المُرَاقِب PID من النوع PI في بيئة العمل MATLAB.**

التعليقات	النتائج
<pre>m = 1000; b = 50; G = tf(1, [m b])</pre>	<pre>G =       1 ----- 1000 s + 50 Continuous-time transfer function.</pre>
<pre>Kp = 600; Ki = 1; G_PI = pid(Kp,Ki)</pre>	<pre>G_PI =       1 Kp + Ki * ---       s with Kp = 600, Ki = 1 Continuous-time PI controller in parallel form.</pre>
<pre>Gbar_PI = feedback(G_PI*G,1)</pre>	<pre>Gbar_PI =       600 s + 1 ----- 1000 s^2 + 650 s + 1 Continuous-time transfer function.</pre>
<pre>r = 10; stepinfo(r*Gbar_PI)</pre>	<pre>ans = struct with fields:     RiseTime: 5.3478     SettlingTime: NaN</pre>



يمكن تحسين النتائج المتحصل عليها وذلك بتغيير قيم الكسب التناسبي والكسب التكاملي للحصول على نتائج أكثر فعالية. مثلاً بفرض الكسب التناسبي  $K_p = 800$  والكسب التكاملي  $K_i = 40$ ، ومنه نستنتج المواصفات المرفقة بالشكل أدناه حيث نلاحظ أن استجابة النظام في هذه الحالة أكثر قرباً إلى الاستجابة المرجوة مع تحسن كبير في زمن الصعود والقيمة النهائية.



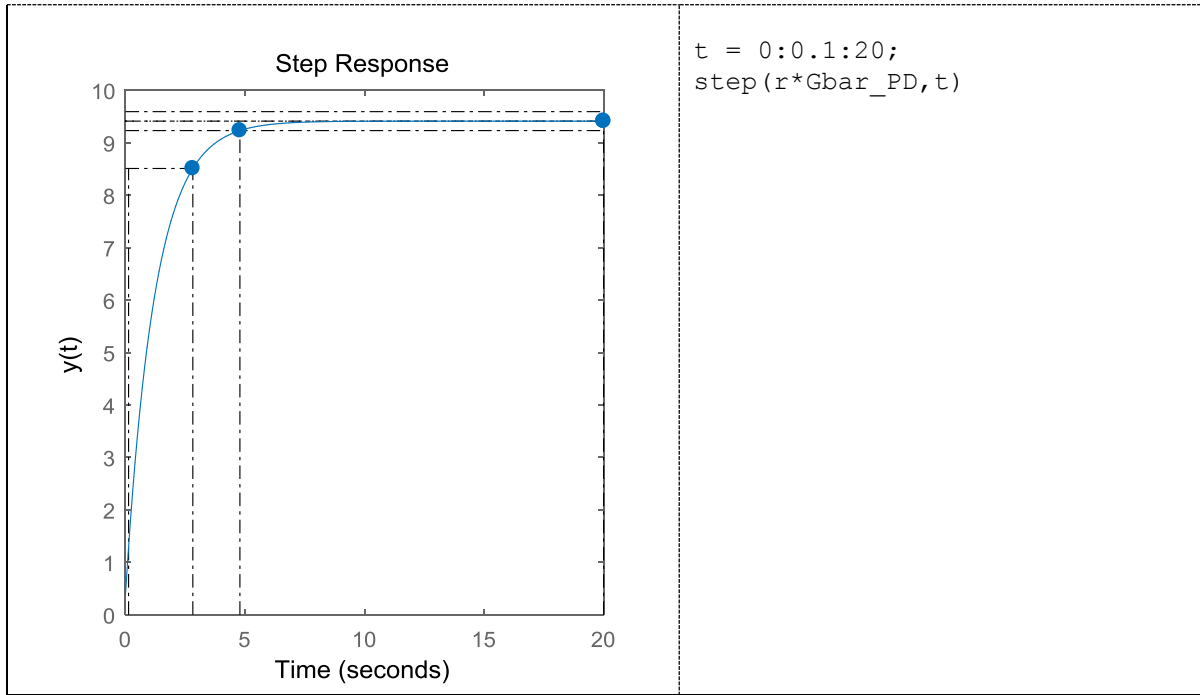
1.3.5.ت. تأثير المراقب PID من النوع PD على استجابة نظام ضبط السرعة  
لتكن قيمة ثابت الكسب التناسبي  $K_p = 800$  والكسب الاشتقاقي  $K_D = 40$ . ومنه نستنتج دالة تحويل  
الحلقة المغلقة للنظام قيد الدراسة تحت تأثير المراقب PID من النوع PD بالاعتماد على الصيغة  
(17.4) المتحصل عليها في الفصل 4 كما يلي

$$\bar{G}_{PD} = \frac{K_D K_p + K_p K}{(\tau + K_D K)p + 1 + K_p K} = \frac{0.8p + 16}{20.8p + 17} \times \frac{50}{50} = \frac{40p + 800}{1040p + 850} \quad (20.5)$$

وعليه، نستنتج مواصفات نظام ضبط سرعة المركبات تحت تأثير المراقب PID من النوع PD  
بالاعتماد مباشرة على بيئة العمل MATLAB في الجدول 1.3.5.ت وذلك بإضافة الكسب الاشتقاقي  
في عبارة التعليمة pid مع فرض أن قيمة ثابت الكسب التكاملي معدومة.

الجدول 1.3.5.ت. مواصفات نظام ضبط سرعة المركبات تحت تأثير المراقب PID من النوع PD  
المتحصل عليها في بيئة العمل MATLAB.

التعليقات	النتائج
<pre>m = 1000; b = 50; G = tf(1, [m b])</pre>	<pre>G =       1 ----- 1000 s + 50 Continuous-time transfer function.</pre>
<pre>Kp = 800; Kd = 40; G_PD = pid(Kp,0,Kd)</pre>	<pre>G_PD =       Kp + Kd * s       with Kp = 800, Kd = 40 Continuous-time PD controller in parallel form.</pre>
<pre>Gbar_PD = feedback(G_PD*G,1)</pre>	<pre>Gbar_PD =       40 s + 800 ----- 1040 s + 850 Continuous-time transfer function.</pre>
<pre>r = 10; stepinfo(r*Gbar_PD)</pre>	<pre>ans = struct with fields:     RiseTime: 2.5881     SettlingTime: 4.7865     SettlingMin: 8.5497     SettlingMax: 9.4115     Overshoot: 0     Undershoot: 0     Peak: 9.4115     PeakTime: 12.9031</pre>



### 1.3.5. ث. تأثير المراقب PID العام على استجابة نظام ضبط السرعة

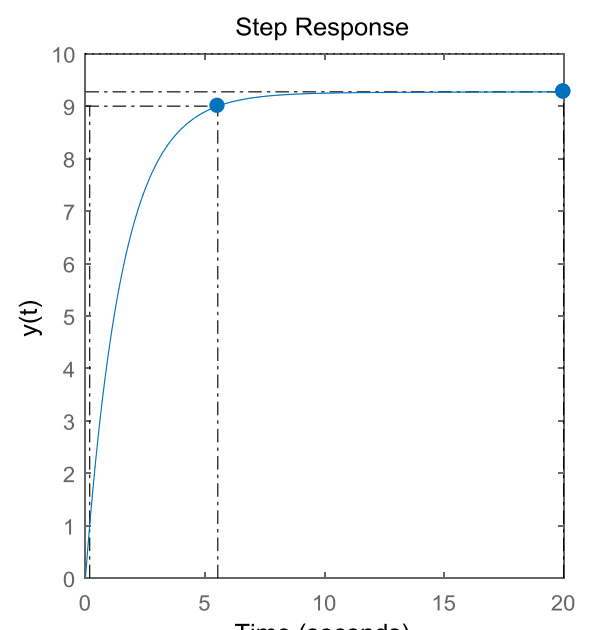
في هذه الحالة، تقوم خوارزمية المراقب PID بخفض أو زيادة قوة المحرك بالاعتماد على الحد التناسبي وذلك لجعل السرعة المقاسة تتوافق مع السرعة المرجعية. عندئذٍ، سيقوم الحد التكاملي بإزالة الخطأ بين السرعة المقاسة والسرعة المرجعية بينما يعمل الحد الاشتقاقي على تخفيض التجاوز الأقصى وتسريع عملية الوصول إلى السرعة المرجعية. لتكن قيمة ثابت الكسب التناسبي  $K_p = 600$ ، الكسب التكاملي  $K_i = 1$  وكذا الكسب الاشتقاقي  $K_d = 1$ ، ومنه نستنتج دالة تحويل الحلقة المغلقة للنظام قيد الدراسة تحت تأثير المراقب PID العام بالاعتماد على الصيغة (6.4) المتحصل عليها في الفصل 4 كما يلي

$$\begin{aligned} \bar{G}_{PID} &= \frac{K_d K_p^2 + K_p K_p + K_i K}{(\tau + K_d K)p^2 + (1 + K_p K)p + K_i K} = \frac{0.02p^2 + 12p + 0.02}{20.02p^2 + 13p + 0.02} \times \frac{50}{50} \\ &= \frac{p^2 + 600p + 1}{1001p^2 + 650p + 1} \end{aligned} \quad (21.5)$$

وعليه، نستنتج مواصفات نظام ضبط سرعة المركبات تحت تأثير المراقب PID في بيئة العمل MATLAB كما هو موضح في الجدول أدناه وذلك باستعمال التعليمة pid بدلالة المكاسب الثلاث.

الجدول 1.3.5. ث. مواصفات نظام ضبط سرعة المركبات تحت تأثير المراقب PID من النوع PD.

التعليقات	النتائج
<pre>m = 1000; b = 50; G = tf(1, [m b])</pre>	$G = \frac{1}{1000s + 50}$ <p>Continuous-time transfer function.</p>

<pre>G_PID =</pre> $K_p + K_i * \frac{1}{s} + K_d * s$ <p>with Kp = 600, Ki = 1, Kd = 1</p> <p>Continuous-time PID controller in parallel form.</p>	<pre>Kp = 600; Ki = 1; Kd = 1;  G_PID = pid(Kp,Ki,Kd)</pre>
<pre>Gbar_PID =</pre> $\frac{s^2 + 600 s + 1}{1001 s^2 + 650 s + 1}$ <p>Continuous-time transfer function.</p>	<pre>Gbar_PID = feedback(G_PID*G,1)</pre>
<pre>ans =</pre> <p>struct with fields:</p> <pre>RiseTime: 5.3573 SettlingTime: NaN SettlingMin: 9.0028 SettlingMax: 9.3031 Overshoot: 0 Undershoot: 0 Peak: 9.3031 PeakTime: 46.8473</pre>	<pre>r = 10; stepinfo(r*Gbar_PID)</pre>
 <p>Step Response</p>	<pre>t = 0:0.1:20; step(r*Gbar_PID,t)</pre>

وعليه، فإن القاعدة العامة تنص على إضافة الحد التناسبي للحصول على زمن الصعود المرجو، وإضافة الحد الاشتقاقي للحصول على التجاوز الأقصى المطلوب، ثم إضافة الحد التكاملي للقضاء على خطأ الحالة المستقرة.

2.3.5. مراقبة أنظمة الرقابة من الرتبة الثانية باستعمال المُرَاقِب PID في بيئة العمل MATLAB فيما يلي نستعرض نتائج تطبيق المُرَاقِب PID على أنظمة رقابة من الرتبة الثانية.

تطبيق 2.3.5: دراسة آثار إجراء تطبيق المُرَاقِب PID على نظام رقابة من الرتبة الثانية حيث أن دالة تحويل الحلقة المغلقة معرّفة كما يلي:

$$G(p) = \frac{1}{p^2 + 10p + 20} \quad (22.5)$$

الحل: بمقارنة المعادلة (22.5) مع الشكل النموذجي لنظام رقابة من الرتبة الثانية المُعطى بالعلاقة (31.4) في الفصل 4، نتحصل على

$$G(p) = \frac{1}{20} \times \frac{20}{p^2 + 10p + 20} = \frac{1}{\omega_n^2} \times \frac{\omega_n^2}{p^2 + 2\zeta\omega_n p + \omega_n^2} = K \times \frac{\omega_n^2}{p^2 + 2\zeta\omega_n p + \omega_n^2} \quad (23.5)$$

وعليه، نستنتج قيم معاملات النظام التالية

$$K = \frac{1}{\omega_n^2} = \frac{1}{20} = 0.05$$

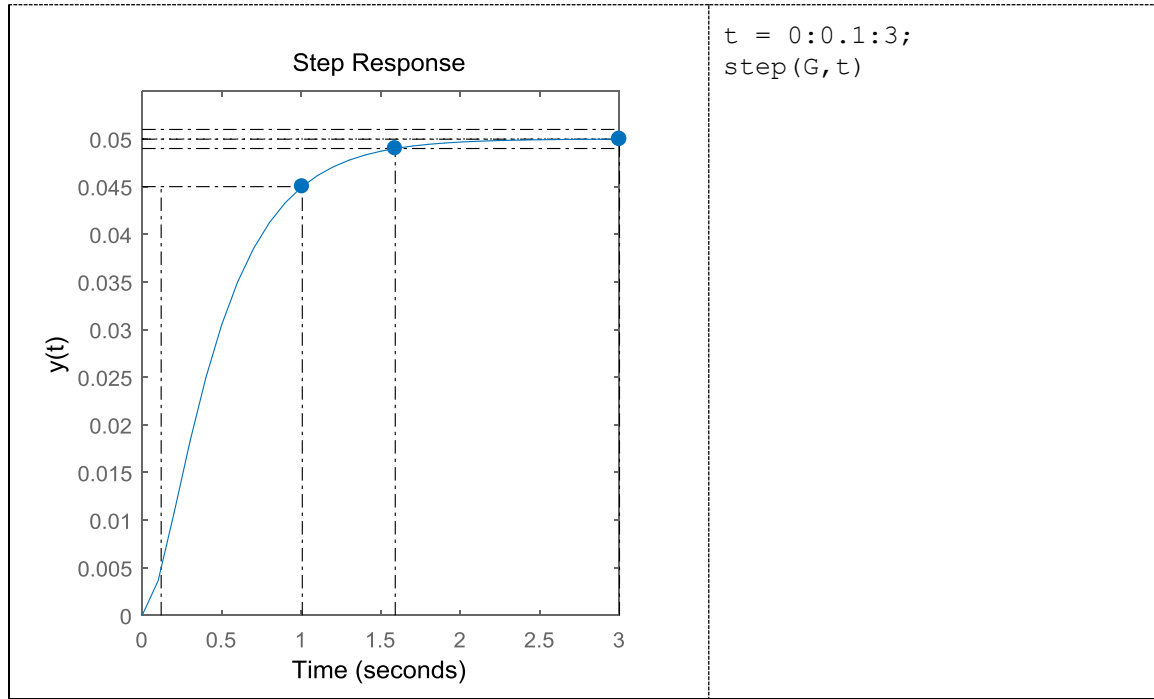
$$\omega_n^2 = 20 \Rightarrow \omega_n = \sqrt{20} = 4.47 \text{ rad/sec} \quad (24.5)$$

$$2\zeta\omega_n = 10 \Rightarrow \zeta = \frac{10}{2\omega_n} = \frac{10}{2 \times 4.47} = 1.11$$

نلاحظ أن معامل التخمّد  $\zeta$  أكبر تماماً من 1 ( $\zeta > 1$ ) والذي يدلّ على أن نظام الرقابة شديد التخمّد. يوضح الجدول التالي الاستجابة الزمنية لنظام الرقابة بالنسبة المدخل الممثل بخطوة الوحدة.

الجدول 2.3.5. مواصفات الاستجابة الزمنية للنظام في بيئة العمل MATLAB.

التعليمات	النتائج
<code>G = tf(1,[1 10 20])</code>	$G = \frac{1}{s^2 + 10s + 20}$ <p>Continuous-time transfer function.</p>
<code>stepinfo(G)</code>	<p>ans =</p> <p>struct with fields:</p> <p>RiseTime: 0.8843</p> <p>SettlingTime: 1.5894</p> <p>SettlingMin: 0.0452</p> <p>SettlingMax: 0.0500</p> <p>Overshoot: 0</p> <p>Undershoot: 0</p> <p>Peak: 0.0500</p> <p>PeakTime: 3.2966</p>



من خلال النتائج المتحصل عليها، نلاحظ أن القيمة النهائية للاستجابة الزمنية للنظام هي 0.05 و قيمة الخطأ هي 0.95 والتي هي عبارة عن قيمة خطأ كبيرة جداً بالمقارنة مع الاستجابة المرجوة الممثلة بخطوة الوحدة. علاوة على ذلك، فإن زمن الصعود هو حوالي ثانية واحدة، وزمن الاستكانة هو حوالي 1.5 ثانية. وعلى هذا الأساس، فإن مرحلة الاستجابة العابرة تُعتبر بطيئة نوعاً ما.

فيما يلي سندرس آثار إخضاع نظام الرقابة قيد الدراسة للمُراقب PID باستعمال مختلف الصيغ.

#### أ.2.3.5 تأثير المُراقب PID من النوع P على استجابة النظام

لنفرض أن قيمة ثابت كسب الحد التناسبي هي  $K_p = 300$ ، ومنه نستنتج دالة تحويل الحلقة المغلقة للنظام قيد الدراسة تحت تأثير المُراقب PID من النوع P بالاعتماد على الصيغة (11.4) المتحصل عليها في الفصل 4 كما يلي

$$\bar{G}_p = \frac{300}{p^2 + 10p + 320} = \bar{K} \times \frac{\bar{\omega}_n^2}{p^2 + 2\bar{\zeta}\bar{\omega}_n p + \bar{\omega}_n^2} \quad (25.5)$$

ومنه نستنتج قيم المعاملات  $\bar{K}$ ،  $\bar{\omega}_n$  و  $\bar{\zeta}$  بالتعويض في العبارات المعطاة بالصيغ (12.4) المتحصل عليها كذلك في الفصل 4 كما يلي

$$\begin{aligned} \bar{K} &= \frac{K_p K}{1 + K_p K} \Rightarrow \bar{K} = \frac{15}{16} = 0.937 \\ \bar{\omega}_n &= \sqrt{\omega_n^2 (1 + K_p K)} \Rightarrow \bar{\omega}_n = \sqrt{20 \times 16} = 17.9 \text{ rad / sec} \\ \bar{\zeta} &= \frac{\zeta \omega_n}{\bar{\omega}_n} \Rightarrow \bar{\zeta} = \frac{10}{2 \times 17.9} = 0.28 \end{aligned} \quad (26.5)$$

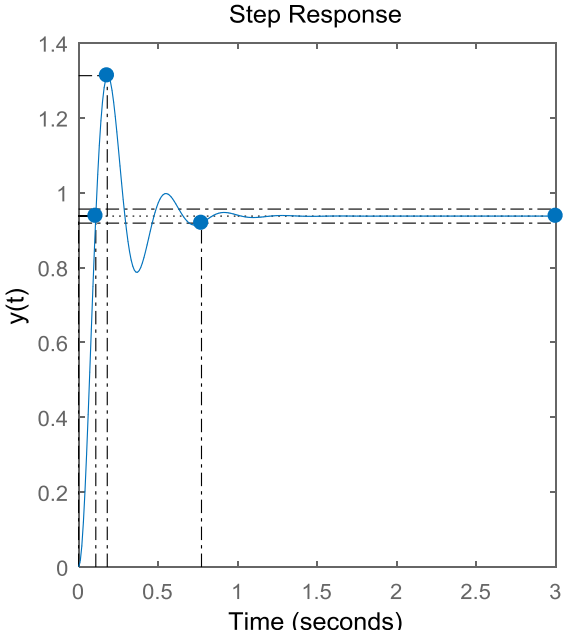
وعليه، نستخرج مواصفات استجابة نظام الرقابة من باستعمال الصيغ الموافقة كما هو موضح في الجدول 2.3.5.أ. كما نستعرض كذلك في الجدول 2.3.5.أ. (ملحق) النتائج المتحصل عليها في بيئة العمل MATLAB.

الجدول 2.3.5.أ. مواصفات النظام تحت تأثير المراقب PID من النوع P.

الخاصية	العبرة
ثابت الكسب	$\bar{K} = 0.937$
النبيض الطبيعي	$\bar{\omega}_n = 17.9 \text{ rad/sec}$
التخامد	$\bar{\zeta} = 0.28 \Rightarrow 0 \leq \bar{\zeta} \leq 1$
النبيض المتخامد	$\bar{\omega}_d = \bar{\omega}_n \sqrt{1 - \bar{\zeta}^2} = 17.184$
ثابت الزمن	$\bar{\tau} = \frac{1}{\bar{\zeta} \bar{\omega}_n} = 5.012 \text{ sec}$
زمن الصعود	$t_r = \frac{1}{\bar{\omega}_n \sqrt{1 - \bar{\zeta}^2}} \left[ \pi - \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{1 - \bar{\zeta}^2}}{\bar{\zeta}} \right) \right]$ $= \frac{1}{17.184} [3.141 - 1.287] = 0.107 \text{ sec}$
زمن الذروة	$t_p = \frac{\pi}{\bar{\omega}_n \sqrt{1 - \bar{\zeta}^2}} = \frac{3.141}{17.9 \sqrt{1 - 0.28^2}} = 0.182 \text{ sec}$
زمن الاستكانة	$t_s = \frac{4}{\bar{\zeta} \bar{\omega}_n} = \frac{4}{0.28 \times 17.9} = 0.798 \text{ sec}$
التجاوز الأقصى	$M_p = e^{-\bar{\zeta} \bar{\omega}_n t_p} = e^{-0.28 \times 17.9 \times 0.18} = 40.7\%$
معامل استجابة الحالة المستقرة	$y_{ss} = 0.937$
معامل خطأ الحالة المستقرة	$e_{ss} = 1 - \bar{K} = 1 - 0.937 = 0.063$

الجدول 2.3.5.أ. (ملحق) مواصفات النظام تحت تأثير المراقب PID من النوع P في بيئة العمل MATLAB.

التعليمات	النتائج
$G = \text{tf}(1, [1 \ 10 \ 20])$	$G = \frac{1}{s^2 + 10s + 20}$ Continuous-time transfer function.
$K_p = 300;$ $G_P = \text{pid}(K_p)$	$G_P =$ $K_p = 300$ P-only controller.

<pre>Gbar_P =     300 ----- s^2 + 10 s + 320 Continuous-time transfer function.</pre>	<pre>Gbar_P = feedback(G_P*G,1)</pre>
<pre>ans = struct with fields:     RiseTime: 0.1080     SettlingTime: 0.7724     SettlingMin: 0.7871     SettlingMax: 1.3131     Overshoot: 40.0588     Undershoot: 0     Peak: 1.3131     PeakTime: 0.1842</pre>	<pre>stepinfo(Gbar_P, 'RiseTimeLimit', [0,1])</pre>
 <p>Step Response</p>	<pre>t = 0:0.01:3; step(Gbar_P,t)</pre>

نلاحظ أنّ قيمة معامل التخماد المتحصل عليها  $\zeta = 0.28$  وهذه القيمة أقلّ تماماً من 1 والذي يدلّ على أنّ النظام قد تغيّرت حالته من نظام شديد التخماد إلى نظام منخفض التخماد وهذا تحت تأثير المُرَاقِب. من خلال النتائج المتحصل عليها نلاحظ جلياً أثر المُرَاقِب في تحسين عموم تصرف النظام وذلك بتخفيض زمن الصعود من حوالي 1 ثانية إلى 0.18 ثانية، وزمن الاستكانة من حوالي 1.5 ثانية إلى حدود 0.8 ثانية. علاوةً على ذلك فإنّ استجابة الحالة المستقرة ارتفعت من 0.05 إلى 0.9375 وهي قيمة قريبة جداً من القيمة المرجوة على اعتبار أنّ المدخل ممثل بخطوة الوحدة. في نفس السياق، فإنّ قيمة الخطأ انخفضت من 0.95 إلى 0.0625 وهذا يفيد بالغرض بالنسبة للمُرَاقِب PID من النوع P. لكن يُعاب على هذا النوع أنّ التجاوز الأقصى في حدود 40٪ وهي قيمة مرتفعة يجب التقليل منها.

### 2.3.5.ب. تأثير المراقب PID من النوع PI على استجابة النظام

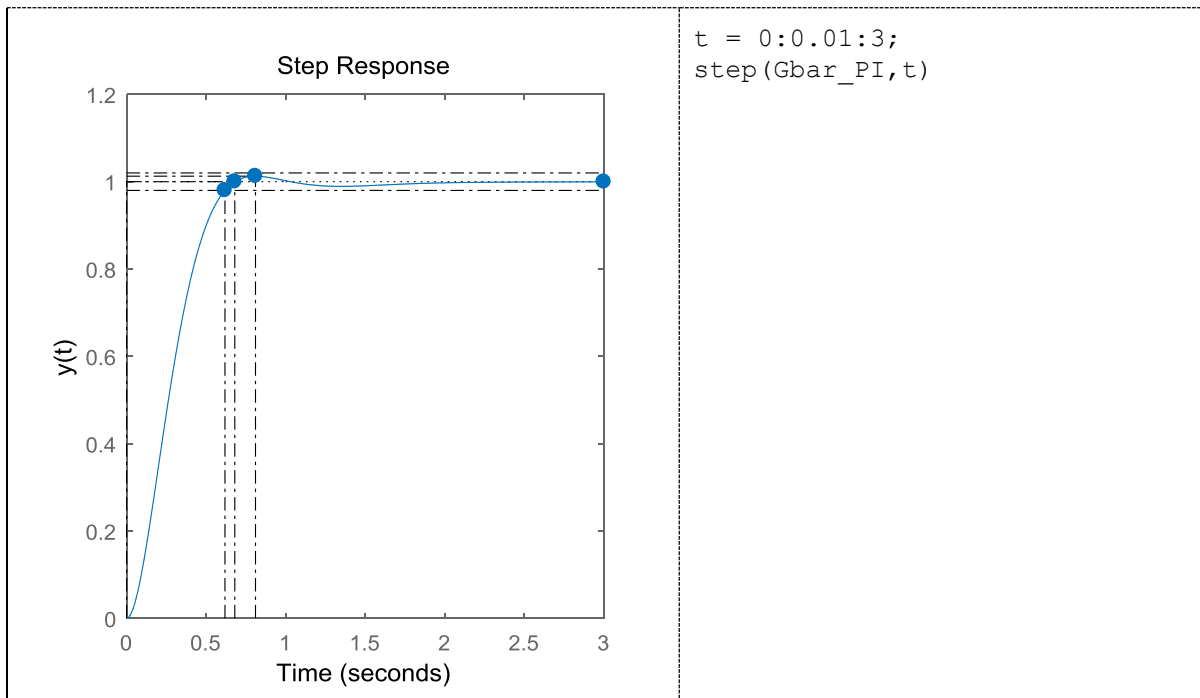
لتكن قيمة ثابت الكسب التناسبي  $K_p = 30$  و ثابت الكسب التكاملي  $K_i = 70$  ومنه نستنتج دالة تحويل الحلقة المغلقة للنظام قيد الدراسة تحت تأثير المراقب PID من النوع PI بالاعتماد على الصيغة (15.4) المتحصل عليها في الفصل 4 ، حيث لدينا قيم معاملات النظام  $K = 0.05$  و  $\omega_n^2 = 20$  . ومنه

$$\bar{G}_{PI} = \frac{K_p K \omega_n^2 p + K_i K \omega_n^2}{p^3 + 2\zeta \omega_n p^2 + (1 + K_p K) \omega_n^2 p + K_i K \omega_n^2} = \frac{30p + 70}{p^3 + 10p^2 + 50p + 70} \quad (27.5)$$

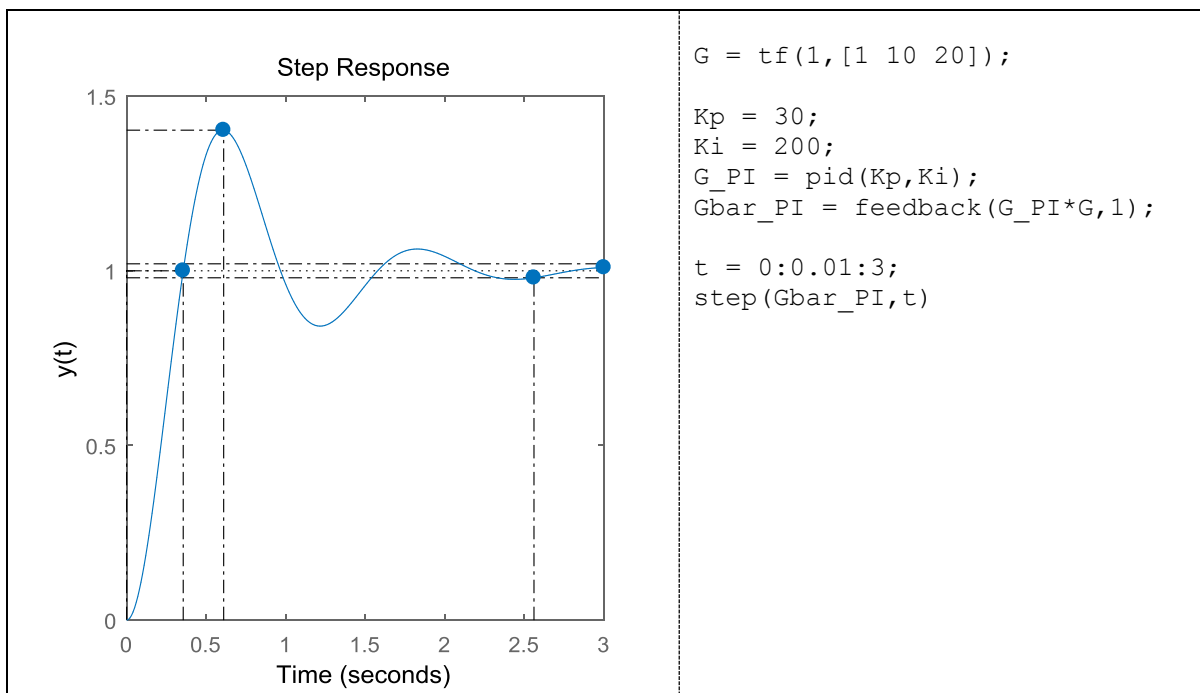
وعليه، نستنتج مواصفات النظام تحت تأثير المراقب PID من النوع PI في بيئة العمل MATLAB كما هو موضح في الجدول 2.3.5.ب.

الجدول 2.3.5.ب. مواصفات النظام تحت تأثير المراقب PID من النوع PI.

التعليقات	النتائج
$G =$ $\frac{1}{s^2 + 10s + 20}$ Continuous-time transfer function.	$G = \text{tf}(1, [1 \ 10 \ 20])$
$G_{PI} =$ $K_p + K_i * \frac{1}{s}$ with $K_p = 30, K_i = 70$ Continuous-time PI controller in parallel form.	$K_p = 30;$ $K_i = 70;$ $G_{PI} = \text{pid}(K_p, K_i)$
$G_{bar\_PI} =$ $\frac{30s + 70}{s^3 + 10s^2 + 50s + 70}$ Continuous-time transfer function.	$G_{bar\_PI} = \text{feedback}(G_{PI} * G, 1)$
$\text{ans} =$ struct with fields: RiseTime: 0.6802 SettlingTime: 0.6182 SettlingMin: 0.9893 SettlingMax: 1.0126 Overshoot: 1.2588 Undershoot: 0 Peak: 1.0126 PeakTime: 0.8143	$\text{stepinfo}(G_{bar\_PI},$ $\text{'RiseTimeLimit'}, [0, 1])$



من خلال النتائج المتحصل عليها في الجدول السابق، نلاحظ التأثير الحسن للمراقب PID من النوع PI على استجابة النظام حيث أنّ إضافة الحد التكاملي قد سمحت بإزالة خطأ الحالة المستقرة مع تحسن طفيف في زمن الاستجابة لكن يعاب عليه تأخير زمن الصعود. الميزة المهمة جداً لهذا المراقب هي قدرته على تخفيض قيمة التجاوز الأقصى بفعالية كبيرة جداً، حيث تُظهر النتائج المتحصل عليها أنّ هذه الأخيرة في حدود 1.2% فقط بعدما تخطت حدود 40% عند استعمال المراقب PID من النوع P. يبقى التأكيد على حسن اختيار قيمة ثابت الكسب التكاملي لأنّ أي اختيار سيء قد يؤدي إلى ضياع هذه الميزة في حد ذاتها. هذا ما يمكن ملاحظته في الشكل الموالي من أجل قيمة ثابت الكسب التكاملي  $K_i = 200$  حيث ارتفعت قيمة التجاوز الأقصى من جديد إلى حدود 40%.



### 2.3.5.ت. تأثير المراقب PID من النوع PD على استجابة النظام

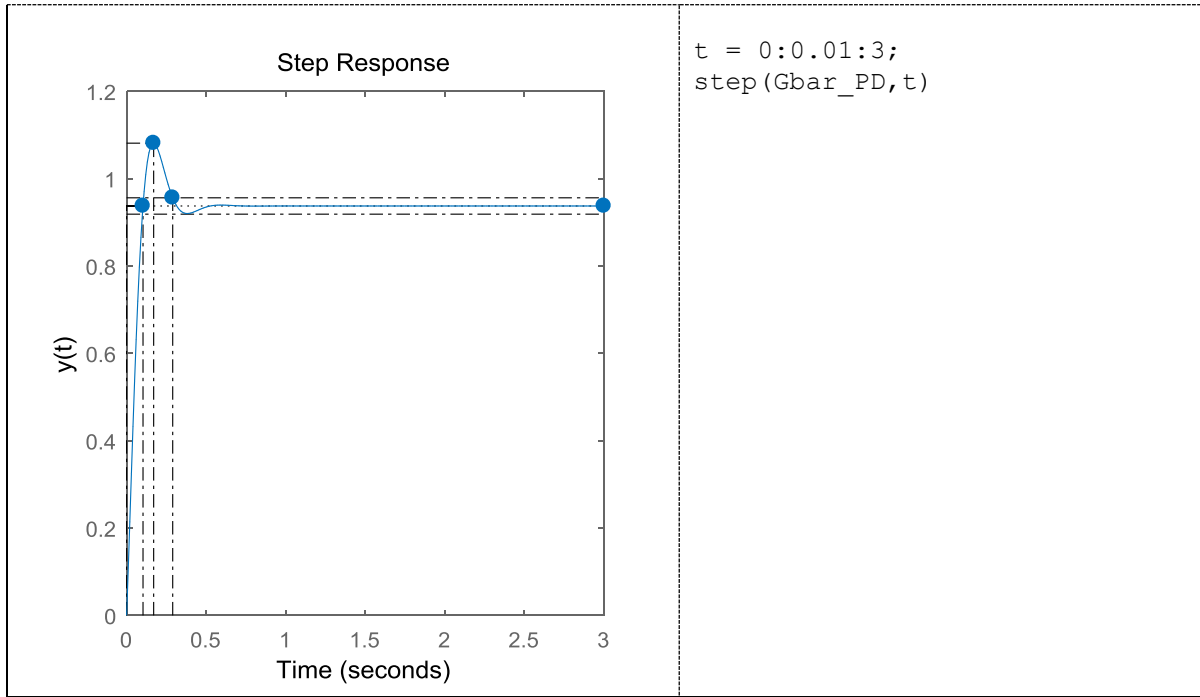
لتكن قيمة ثابت الكسب التناسبي  $K_p = 300$  وثابت الكسب الاشتقاقي  $K_D = 10$ ، ومنه نستنتج دالة تحويل الحلقة المغلقة للنظام قيد الدراسة تحت تأثير المراقب PID من النوع PD بالاعتماد على الصيغة (18.4) المتحصل عليها في الفصل 4، حيث أن  $K = 0.05$  و  $\omega_n^2 = 20$ . بتعويض القيم السابقة نتحصل على دالة تحويل الحلقة المغلقة التالية

$$\bar{G}_{PD} = \frac{K_D K \omega_n^2 p + K_p K \omega_n^2}{p^2 + (2\zeta \omega_n + K_D K \omega_n^2) p + (1 + K_p K) \omega_n^2} = \frac{10p + 300}{p^2 + 20p + 320} \quad (28.5)$$

وعليه، نستنتج مواصفات النظام تحت تأثير المراقب PID من النوع PD في بيئة العمل MATLAB كما هو موضح في الجدول 2.3.5.ت التالي.

الجدول 2.3.5.ت. مواصفات النظام تحت تأثير المراقب PID من النوع PD.

التعليمات	النتائج
<code>G = tf(1,[1 10 20])</code>	$G = \frac{1}{s^2 + 10s + 20}$ <p>Continuous-time transfer function.</p>
<code>Kp = 300;</code> <code>Kd = 10;</code> <code>G_PD = pid(Kp,0,Kd)</code>	$G_{PD} = K_p + K_d * s$ <p>with <math>K_p = 300</math>, <math>K_d = 10</math></p> <p>Continuous-time PD controller in parallel form.</p>
<code>Gbar_PD = feedback(G_PD*G,1)</code>	$\text{Gbar\_PI} = \frac{10s + 300}{s^2 + 20s + 320}$ <p>Continuous-time transfer function.</p>
<code>stepinfo(Gbar_PD,'RiseTimeLimit',[0,1])</code>	<p>ans =</p> <p>struct with fields:</p> <p>RiseTime: 0.1029</p> <p>SettlingTime: 0.2897</p> <p>SettlingMin: 0.9202</p> <p>SettlingMax: 1.0813</p> <p>Overshoot: 15.3418</p> <p>Undershoot: 0</p> <p>Peak: 1.0813</p> <p>PeakTime: 0.1704</p>



من خلال النتائج المتحصل عليها في الجدول السابق، فإنّ فاعلية المُرَاقب PID من النوع PD تكمن في تحسين مرحلة الاستجابة العابرة من خلال تخفيض كل من زمن الصعود وزمن الاستكانة وكذلك التخفيض من قيمة التجاوز الأقصى بينما يعاب عليه انه لا يلغي قيمة الخطأ كلية كما هو الحال بالنسبة للمُرَاقب PID من النوع PI.

### 2.3.5. ث. تأثير المُرَاقب PID العام على استجابة النظام

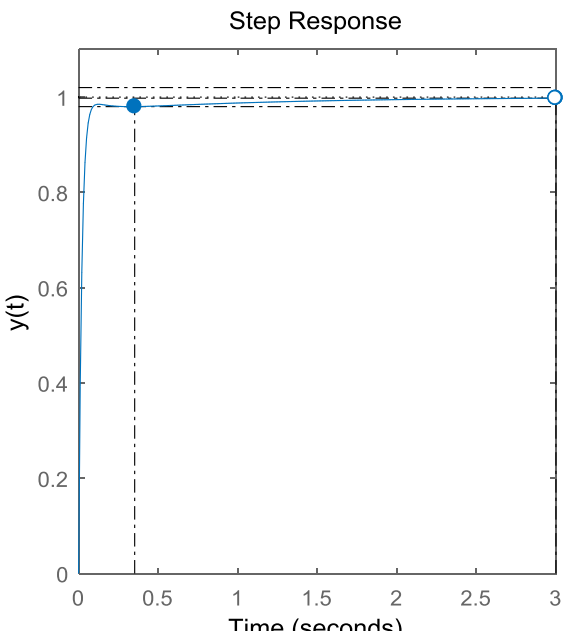
لتكن قيمة ثابت الكسب التناسبي  $K_p = 300$ ، ثابت الكسب التكاملي  $K_i = 400$  وثابت الكسب الاشتقاقي  $K_d = 50$ ، ومنه نستنتج دالة تحويل الحلقة المغلقة للنظام قيد الدراسة تحت تأثير المُرَاقب PID من النوع PD بالاعتماد على الصيغة العامة (7.4) المتحصل عليها في الفصل 4 مع  $K = 0.05$  و  $\omega_n^2 = 20$  ومنه نتحصل على

$$\bar{G}_{PID} = \frac{K_D K \omega_n^2 p^2 + K_p K \omega_n^2 p + K_i K \omega_n^2}{p^3 + (2\zeta \omega_n + K_D K \omega_n^2) p^2 + (1 + K_p K) \omega_n^2 p + K_i K \omega_n^2} = \frac{50p^2 + 300p + 400}{p^3 + 60p^2 + 320p + 400} \quad (29.5)$$

نستنتج مواصفات النظام تحت تأثير المُرَاقب PID العام في بيئة العمل MATLAB كما هي موضحة في الجدول 2.3.5. ث.

### الجدول 2.3.5. ث. مواصفات النظام تحت تأثير المُرَاقب PID العام.

التعليقات	النتائج
$G = tf(1, [1 \ 10 \ 20])$	$G = \frac{1}{s^2 + 10s + 20}$ <p>Continuous-time transfer function.</p>

<pre>G_PID =</pre> $K_p + K_i * \frac{1}{s} + K_d * s$ <p>with <math>K_p = 500, K_i = 400, K_d = 50</math></p> <p>Continuous-time PID controller in parallel form.</p>	<pre>Kp = 500; Ki = 400; Kd = 50; G_PID = pid(Kp,Ki,Kd)</pre>
<pre>Gbar_PID =</pre> $\frac{50 s^2 + 500 s + 400}{s^3 + 60 s^2 + 520 s + 400}$ <p>Continuous-time transfer function.</p>	<pre>Gbar_PID = feedback(G_PID*G,1)</pre>
<pre>ans =</pre> <p>struct with fields:</p> <pre>RiseTime: NaN SettlingTime: 0.3526 SettlingMin: NaN SettlingMax: NaN Overshoot: 0 Undershoot: 0 Peak: 0.9850 PeakTime: 0.1251</pre>	<pre>stepinfo(Gbar_PID, 'RiseTimeLimit',[0,1])</pre>
	<pre>t = 0:0.01:3; step(Gbar_PID,t)</pre>

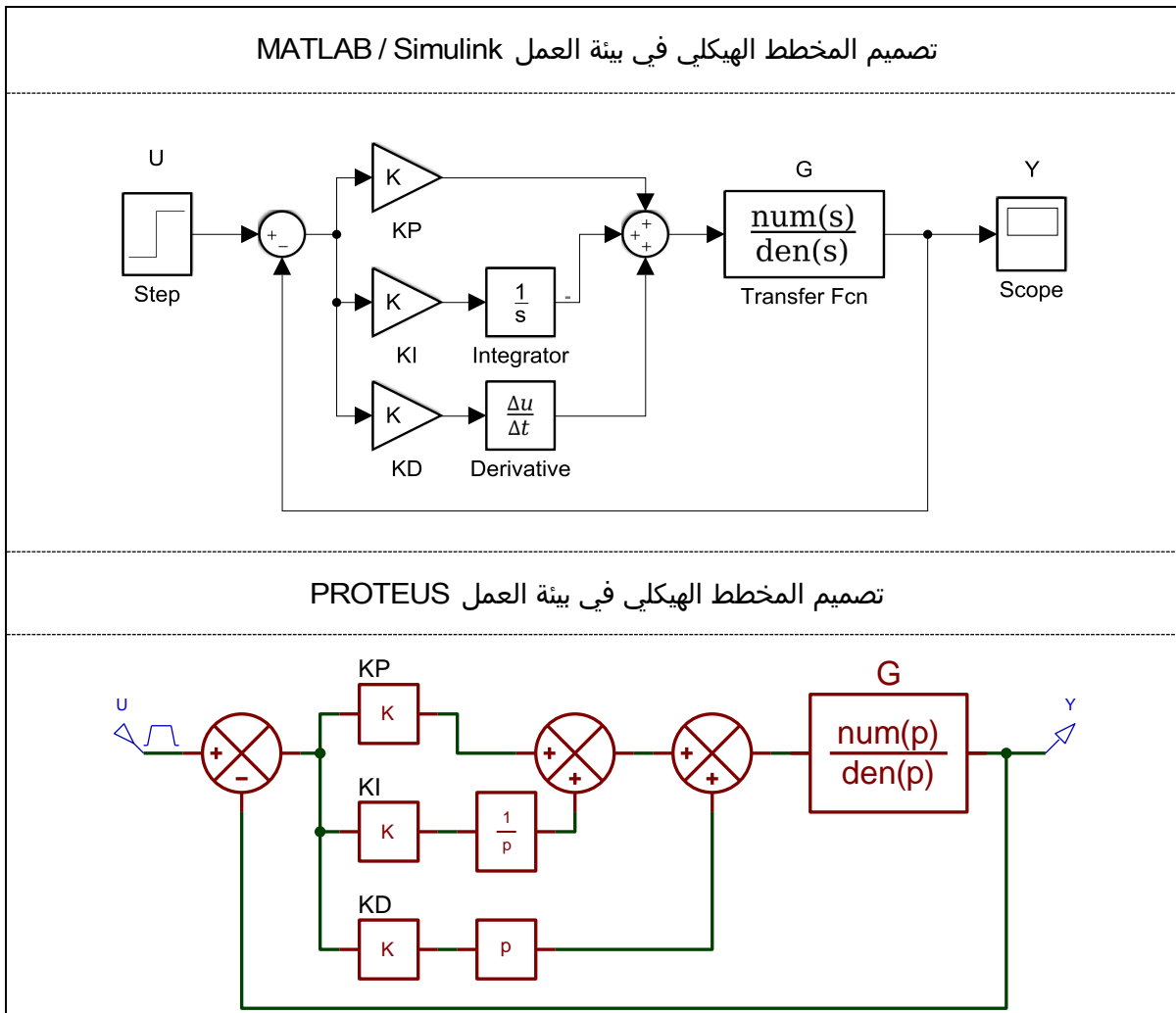
من خلال النتائج المتحصل عليها، نلاحظ أنّ المراقب PID العام كان له الأثر الجيد عند مراقبة النظام حيث قد سمح بإزالة خطأ الحالة المستقرة للنظام والتخفيض من أزمدة الاستجابة الزمنية مع الحفاظ على مرحلة استجابة عابرة معقولة.

#### 4.5 تمثيل المخطط الهيكلي في بيئتي العمل MATLAB / Simulink و PROTEUS

يكتسب تمثيل المخطط الهيكلي لدالة التحويل أهمية كبيرة عند دراسة استجابة الأنظمة. في هذا الإطار، تُوفّر بيئتي العمل MATLAB / Simulink و PROTEUS إمكانية تمثيل المخطط الهيكلي لدالة التحويل الحلقة المغلقة تحت تأثير المراقب PID وذلك بتصميم هيكل المراقب أو باستعمال هيكل المراقب المتوفر في متصفح المكتبة الداخلية الخاصة ببيئة العمل في حد ذاته.

الجدول 4.5. يوضح المخططات الهيكلية لدالة تحويل الحلقة المغلقة تحت تأثير المراقب PID في كلا بيئتي العمل MATLAB / Simulink وكذلك PROTEUS من أجل مدخل ممثل بخطوة الوحدة، وذلك من خلال تصميم المخطط الهيكلي للمراقب.

الجدول 4.5. تمثيل المخطط الهيكلي لدالة تحويل الحلقة المغلقة تحت تأثير المراقب PID في كلا بيئتي العمل MATLAB / Simulink وكذلك PROTEUS.



فيما يلي سنستعرض نتائج المتحصل عليها فيما سبق بالنسبة للتطبيقين على الأنظمة من الرتبة الأولى والثانية المعطاة في التطبيقين 1.3.5 و 2.3.5 في كلا بيئتي العمل MATLAB / Simulink وكذلك PROTEUS مع تقديم الخطوات العملية.

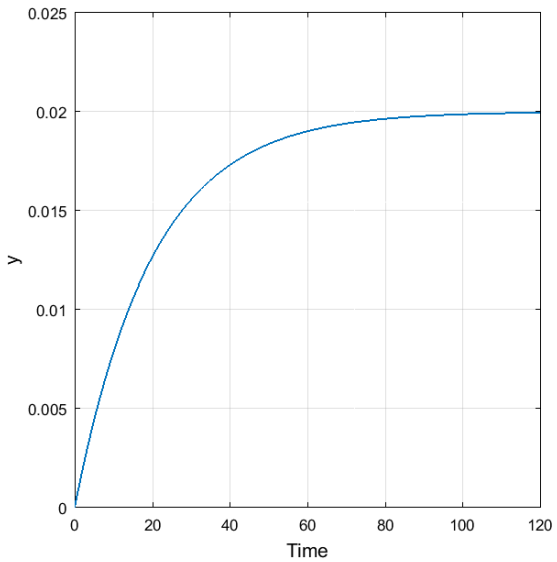
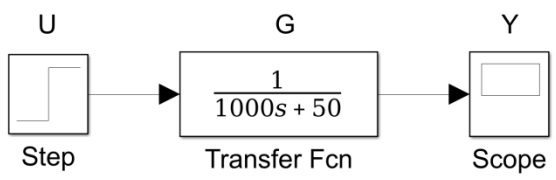
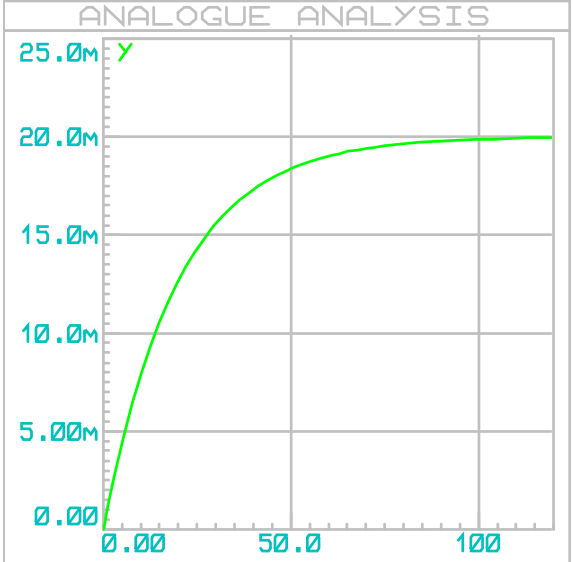
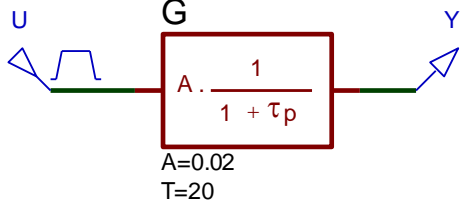
#### 1.4.5 تمثيل المخطط الهيكلي لدالة تحويل أنظمة الرقابة

مثال 1.4.5.أ: تمثيل المخطط الهيكلي لدالة تحويل نظام ضبط السرعة المُعطى في التطبيق 1.3.5 في كلا بيئتي العمل MATLAB / Simulink وكذلك PROTEUS من أجل مدخل ممثل بخطوة الوحدة.

الحل: يتم تمثيل المخطط الهيكلي لدالة التحويل الحلقة المغلقة للنظام في كلا بيئتي العمل كما هو موضح في الجدول 1.4.5.أ التالي.

الجدول 1.4.5.أ: تمثيل المخطط الهيكلي لدالة تحويل الحلقة المغلقة للتطبيق 1.3.5

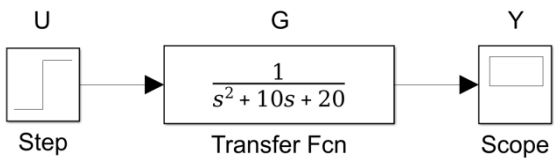
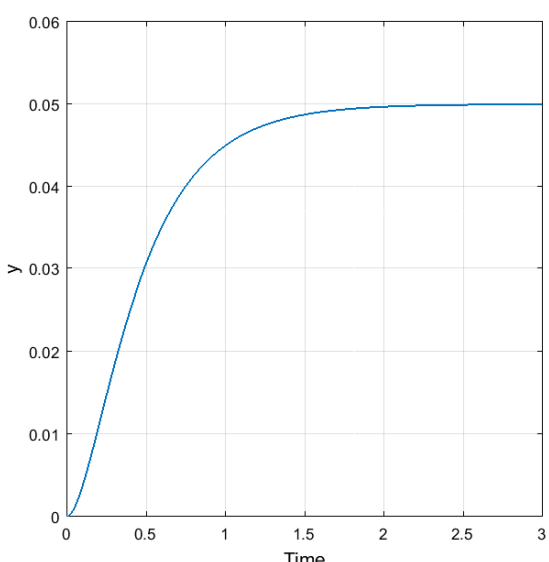
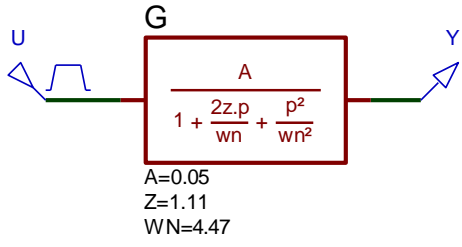
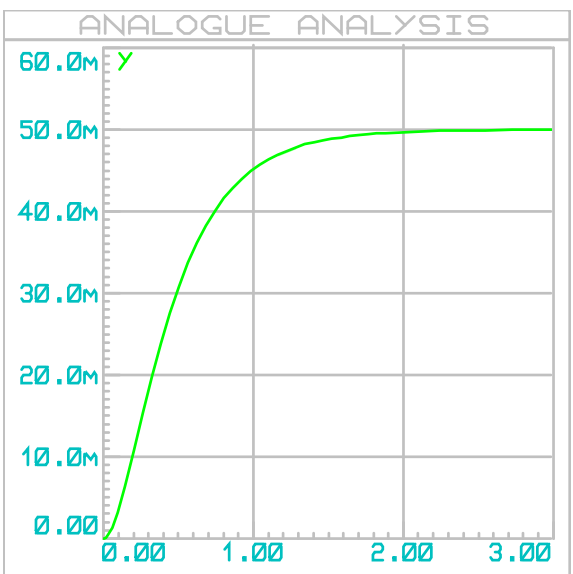
باستعمال بيئتي العمل MATLAB / Simulink و PROTEUS.

النتائج	المخطط الهيكلي
بيئة العمل MATLAB / Simulink	
	
بيئة العمل PROTEUS	
	

مثال 1.4.5.ب: تمثيل المخطط الهيكلي لدالة تحويل النظام من الرتبة الثانية المعطى في التطبيق 2.3.5 في كلا بيئتي العمل MATLAB / Simulink وكذلك PROTEUS من أجل مدخل ممثل بخطوة الوحدة.

الحل: يتم تمثيل المخطط الهيكلي لدالة التحويل الحلقة المغلقة للنظام في كلا بيئتي العمل كما هو موضح في الجدول 1.4.5.ب التالي.

الجدول 1.4.5.ب. تمثيل المخطط الهيكلي لدالة تحويل التطبيق 2.3.5 باستخدام بيئتي العمل MATLAB / Simulink و PROTEUS.

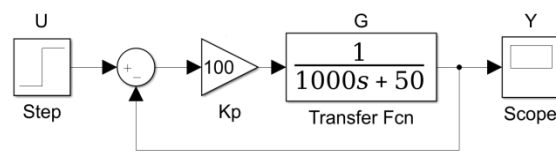
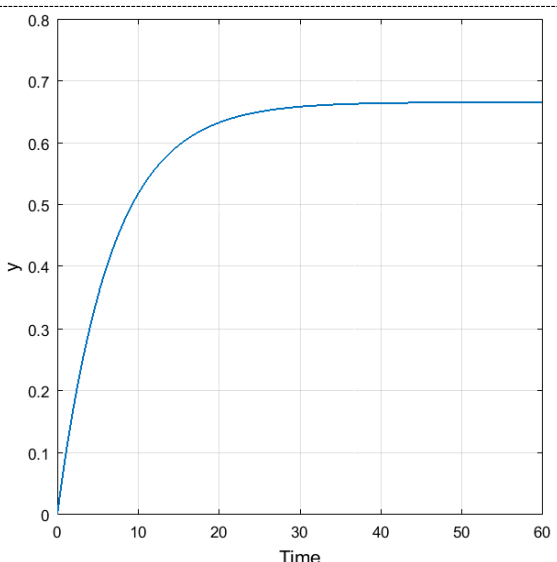
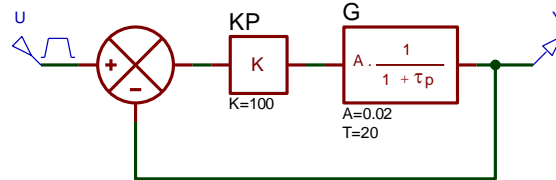
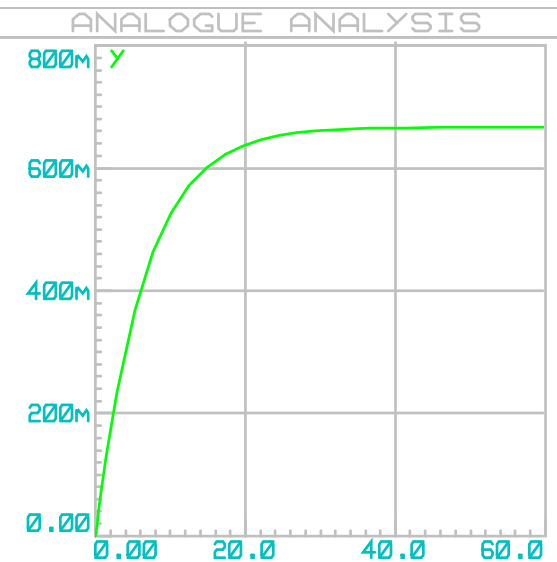
المخطط الهيكلي	النتائج
بيئة العمل MATLAB / Simulink	
	
بيئة العمل PROTEUS	
	

## 2.4.5 تمثيل المخطط الهيكلي لدالة تحويل الحلقة المغلقة تحت تأثير المراقب PID من النوع P

مثال 2.4.5.أ: تمثيل المخطط الهيكلي لدالة تحويل الحلقة المغلقة لنظام ضبط السرعة المعطى في التطبيق 1.3.5 تحت تأثير المراقب PID من النوع P في كلا بيئتي العمل MATLAB / Simulink وكذلك PROTEUS.

الحل: يتم تمثيل المخطط الهيكلي في هذه الحالة كما هو موضح في الجدول 2.4.5.أ الموافق.

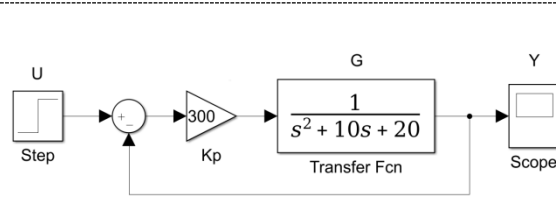
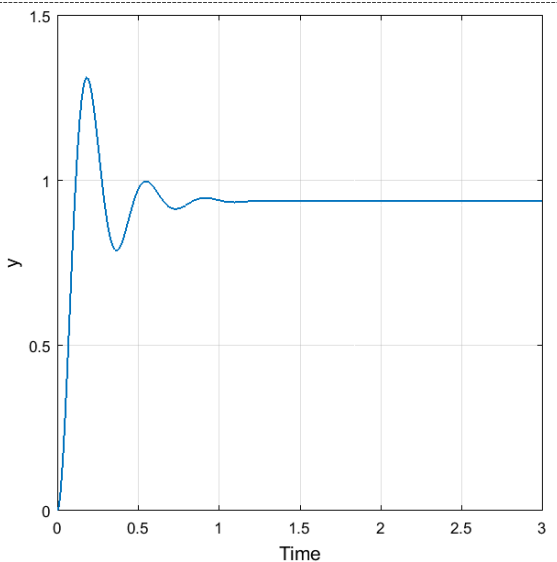
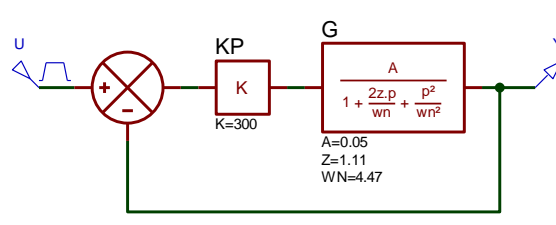
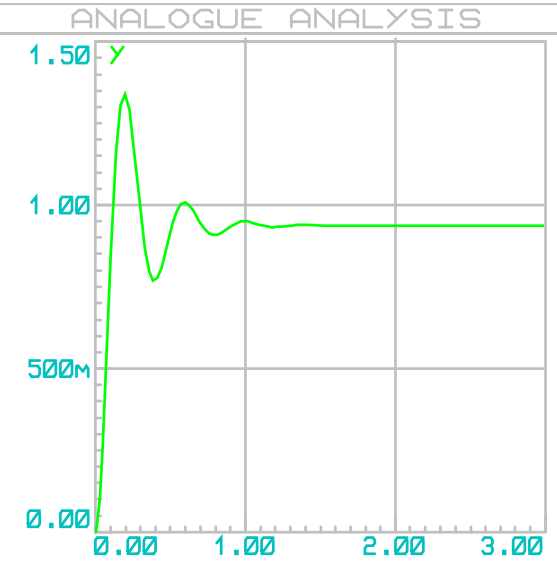
الجدول 2.4.5.أ: تمثيل المخطط الهيكلي لدالة تحويل الحلقة المغلقة للتطبيق 1.3.5 تحت تأثير المراقب PID من النوع P باستعمال بيئتي العمل MATLAB / Simulink و PROTEUS.

المخطط الهيكلي	النتائج
بيئة العمل MATLAB / Simulink	
	
بيئة العمل PROTEUS	
	

**مثال 2.4.5.ب:** تمثيل المخطط الهيكلي لدالة تحويل الحلقة المغلقة للنظام من الرتبة الثانية المعطى في التطبيق 2.3.5 تحت تأثير المراقب PID من النوع P في كلا بيئتي العمل MATLAB / Simulink وكذلك PROTEUS.

**الحل:** يتم تمثيل المخطط الهيكلي لدالة التحويل الحلقة المغلقة للنظام تحت تأثير المراقب PID من النوع P في كلا بيئتي العمل كما هو موضح في الجدول 2.4.5.ب أدناه.

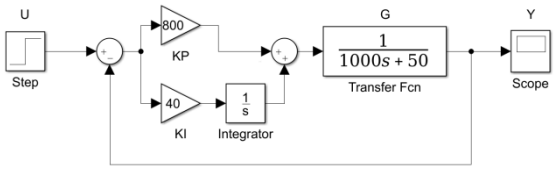
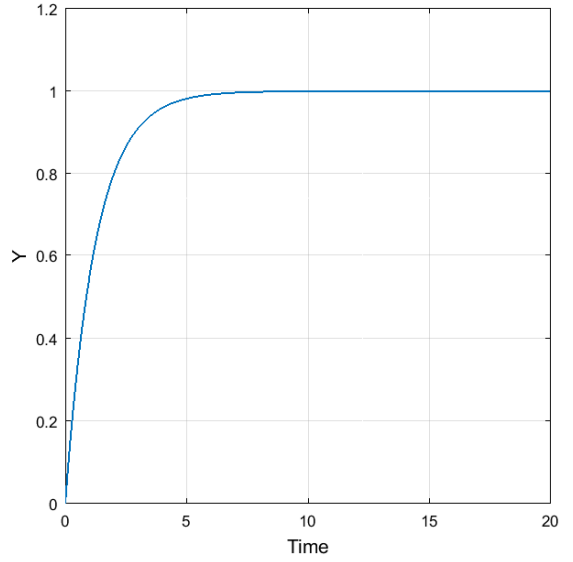
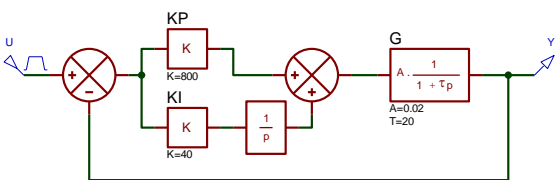
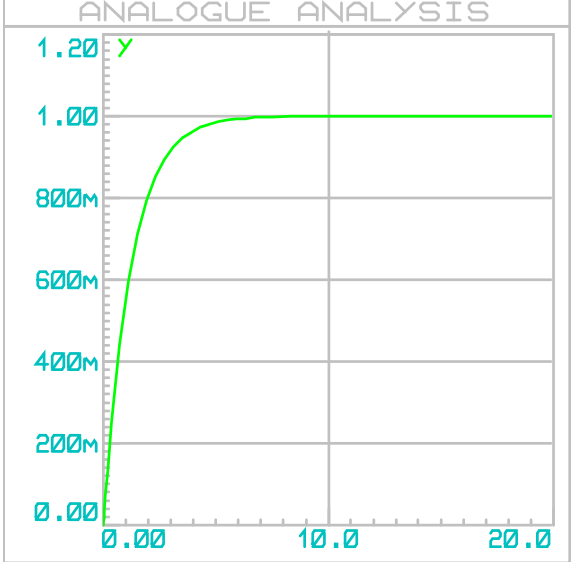
**الجدول 2.4.5.ب.** تمثيل المخطط الهيكلي لدالة تحويل الحلقة المغلقة للتطبيق 2.3.5 تحت تأثير المراقب PID من النوع P باستعمال بيئتي العمل MATLAB / Simulink و PROTEUS.

المخطط الهيكلي	النتائج
بيئة العمل MATLAB / Simulink	
	
بيئة العمل PROTEUS	
	

3.4.5 تمثيل المخطط الهيكلي لدالة تحويل الحلقة المغلقة تحت تأثير المراقب PID من النوع PI  
 مثال 3.4.5 أ: تمثيل المخطط الهيكلي لدالة تحويل الحلقة المغلقة لنظام ضبط السرعة المعطى في التطبيق 1.3.5 تحت تأثير المراقب PID من النوع PI في كلا بيئتي العمل MATLAB / Simulink وكذلك PROTEUS.

الحل: يتم تمثيل المخطط الهيكلي في هذه الحالة كما هو موضح في الجدول 3.4.5 أ التالي.

الجدول 3.4.5 أ: تمثيل المخطط الهيكلي لدالة تحويل الحلقة المغلقة للتطبيق 1.3.5 تحت تأثير المراقب PID من النوع PI باستعمال بيئتي العمل MATLAB / Simulink و PROTEUS.

المخطط الهيكلي	النتائج
بيئة العمل MATLAB / Simulink	
	
بيئة العمل PROTEUS	
	

**مثال 3.4.5.ب:** تمثيل المخطط الهيكلي لدالة تحويل الحلقة المغلقة للنظام من الرتبة الثانية المعطى في التطبيق 2.3.5 تحت تأثير المراقب PID من النوع PI في كلا بيئتي العمل MATLAB / Simulink وكذلك PROTEUS.

**الحل:** يتم تمثيل المخطط الهيكلي لدالة التحويل الحلقة المغلقة للنظام تحت تأثير المراقب PID من النوع PI في كلا بيئتي العمل كما هو موضح في الجدول 3.4.5.ب أدناه.

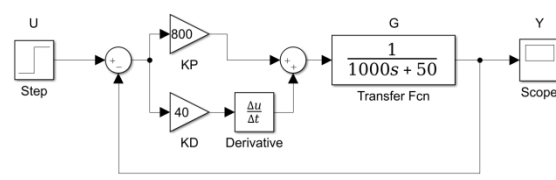
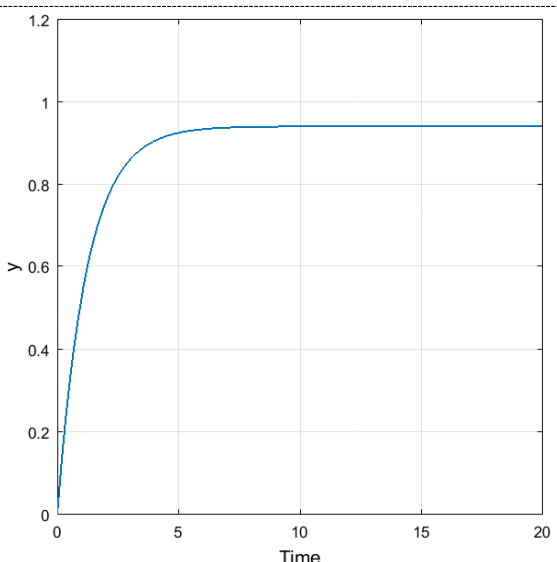
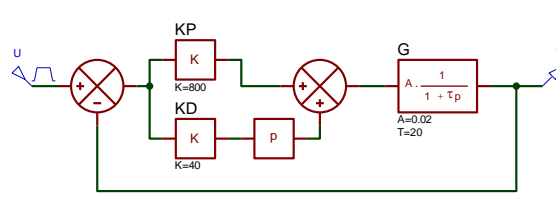
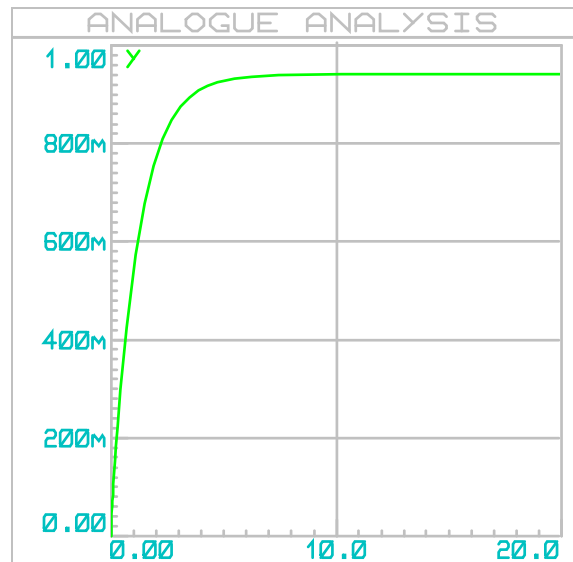
**الجدول 3.4.5.ب.** تمثيل المخطط الهيكلي لدالة تحويل الحلقة المغلقة للتطبيق 2.3.5 تحت تأثير المراقب PID من النوع PI باستعمال بيئتي العمل MATLAB / Simulink و PROTEUS.

المخطط الهيكلي	النتائج
بيئة العمل MATLAB / Simulink	
بيئة العمل PROTEUS	

4.4.5 تمثيل المخطط الهيكلي لدالة تحويل الحلقة المغلقة تحت تأثير المراقب PID من النوع PD  
مثال 4.4.5 أ: تمثيل المخطط الهيكلي لدالة تحويل الحلقة المغلقة لنظام ضبط السرعة المعطى في التطبيق 1.3.5 تحت تأثير المراقب PID من النوع PD في كلا بيئتي العمل MATLAB / Simulink وكذلك PROTEUS.

الحل: يتم تمثيل المخطط الهيكلي في هذه الحالة كما هو موضح في الجدول 4.4.5 أ الموافق.

الجدول 4.4.5 أ: تمثيل المخطط الهيكلي لدالة تحويل الحلقة المغلقة للتطبيق 1.3.5 تحت تأثير المراقب PID من النوع PD باستعمال بيئتي العمل MATLAB / Simulink و PROTEUS.

المخطط الهيكلي	النتائج
بيئة العمل MATLAB / Simulink	
	
بيئة العمل PROTEUS	
	

**مثال 4.4.5.ب:** تمثيل المخطط الهيكلي لدالة تحويل الحلقة المغلقة للنظام من الرتبة الثانية المعطى في التطبيق 2.3.5 تحت تأثير المراقب PID من النوع PD في كلا بيئتي العمل MATLAB / Simulink وكذلك PROTEUS.

**الحل:** يتم تمثيل المخطط الهيكلي لدالة التحويل الحلقة المغلقة للنظام تحت تأثير المراقب PID من النوع PD في كلا بيئتي العمل كما هو موضح في الجدول 4.4.5.ب أدناه.

**الجدول 4.4.5.ب.** تمثيل المخطط الهيكلي لدالة تحويل الحلقة المغلقة للتطبيق 2.3.5 تحت تأثير المراقب PID باستعمال بيئتي العمل MATLAB / Simulink و PROTEUS.

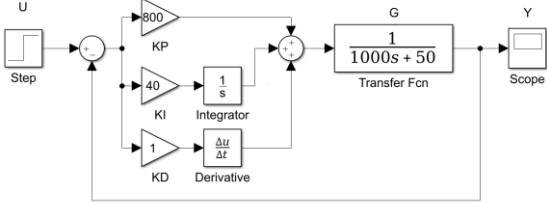
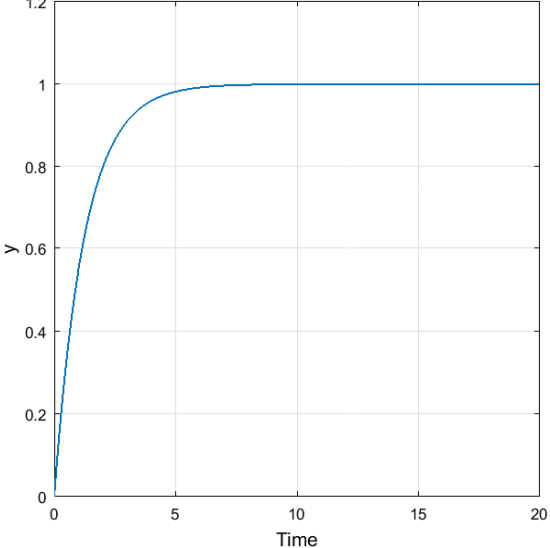
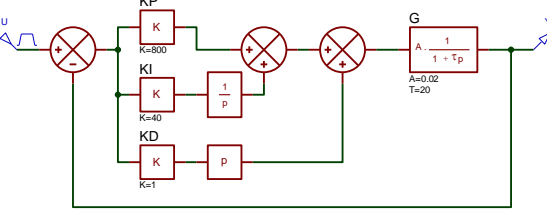
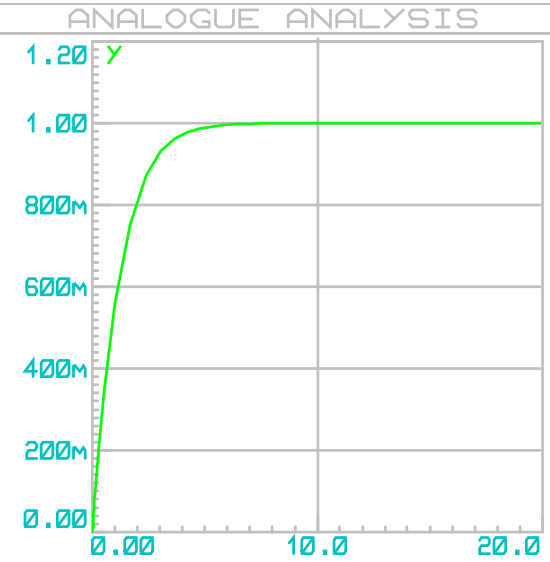
المخطط الهيكلي	النتائج
بيئة العمل MATLAB / Simulink	
بيئة العمل PROTEUS	

#### 5.4.5 تمثيل المخطط الهيكلي لدالة تحويل الحلقة المغلقة تحت تأثير المراقب PID العام

مثال 5.4.5 أ: تمثيل المخطط الهيكلي لدالة تحويل الحلقة المغلقة لنظام ضبط السرعة المعطى في التطبيق 1.3.5 تحت تأثير المراقب PID العام في كلا بيئتي العمل MATLAB / Simulink وكذلك PROTEUS.

الحل: يتم تمثيل المخطط الهيكلي في هذه الحالة كما هو موضح في الجدول 5.4.5 أ الموافق.

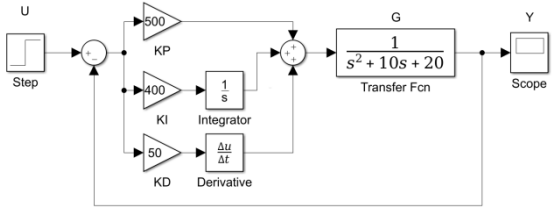
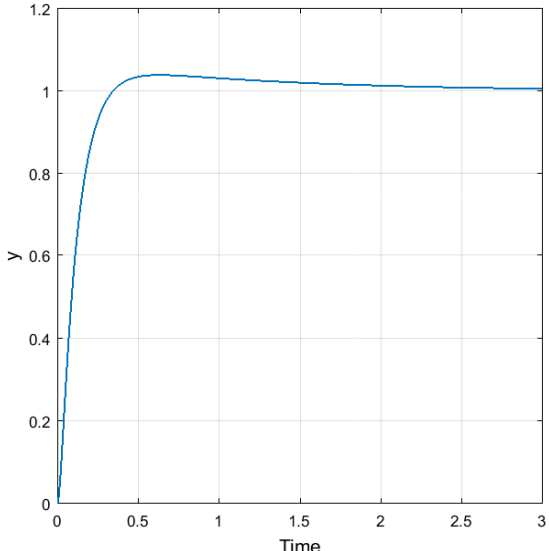
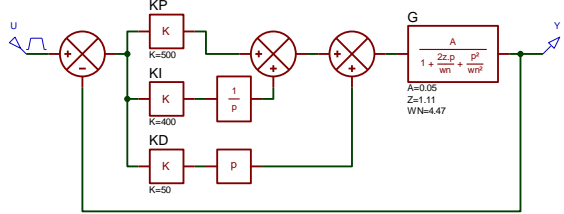
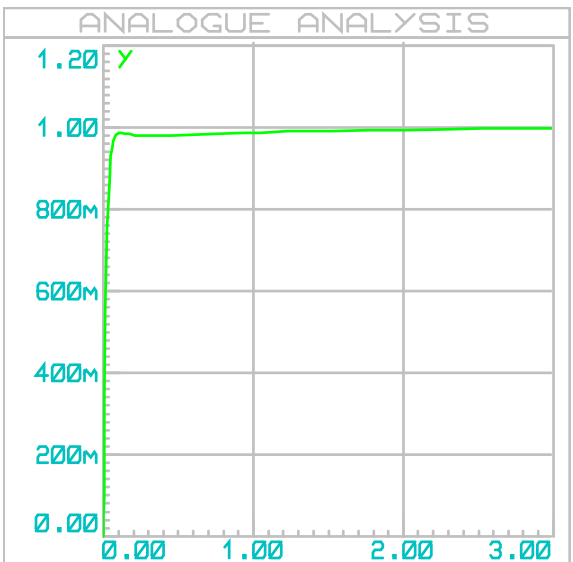
الجدول 5.4.5 أ: تمثيل المخطط الهيكلي لدالة تحويل الحلقة المغلقة للتطبيق 1.3.5 تحت تأثير المراقب PID باستعمال بيئتي العمل MATLAB / Simulink و PROTEUS.

المخطط الهيكلي	النتائج
بيئة العمل MATLAB / Simulink	
	
بيئة العمل PROTEUS	
	

**مثال 5.4.5.ب:** تمثيل المخطط الهيكلي لدالة تحويل الحلقة المغلقة للنظام من الرتبة الثانية المعطى في التطبيق 2.3.5 تحت تأثير المراقب PID العام في كلا بيئتي العمل MATLAB / Simulink وكذلك PROTEUS.

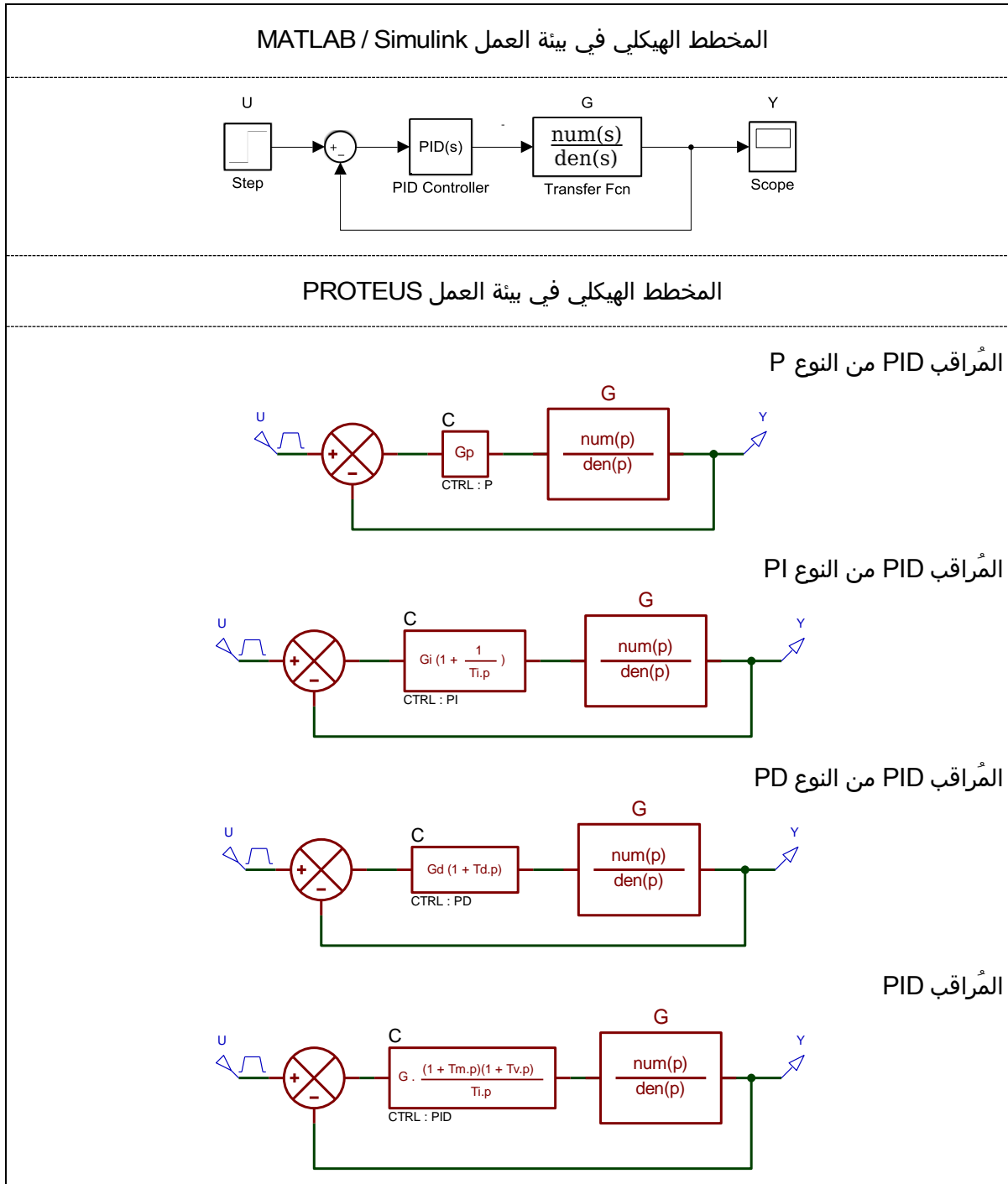
**الحل:** يتم تمثيل المخطط الهيكلي لدالة التحويل الحلقة المغلقة للنظام تحت تأثير المراقب PID العام في كلا بيئتي العمل كما هو موضح في الجدول 5.4.5.ب التالي.

**الجدول 5.4.5.ب.** تمثيل المخطط الهيكلي لدالة تحويل الحلقة المغلقة للتطبيق 2.3.5 تحت تأثير المراقب PID باستعمال بيئتي العمل MATLAB / Simulink و PROTEUS.

المخطط الهيكلي	التائج
بيئة العمل MATLAB / Simulink	
 <p>ملاحظة: النتيجة المتحصل عليها لا تتطابق مع نتيجة التنفيذ مباشرة في بيئة العمل MATLAB.</p>	
بيئة العمل PROTEUS	
	

6.4.5 تمثيل المخطط الهيكلي لدالة تحويل الحلقة المغلقة تحت تأثير المراقب PID من خلال الهياكل المتوفرة بالمكتبة الداخلية لبيئتي العمل MATLAB / Simulink و PROTEUS من جهة أخرى، يتم تمثيل المخطط الهيكلي لدالة تحويل الحلقة المغلقة تحت تأثير المراقب PID بإضافة هيكل المراقب PID المتوفر في متصفح المكتبة الداخلية الخاص بكل بيئة عمل كما هو موضح في الجدول 6.4.5 بفرض أن المدخل هو عبارة عن خطوة الوحدة. يجدر الذكر أن بيئة العمل PROTEUS تتوفر على هياكل المراقب PID بمختلف الصيغ P، PI، PD و PID.

الجدول 6.4.5. تمثيل المخطط الهيكلي لدالة تحويل الحلقة المغلقة تحت تأثير المراقب PID المتوفر في متصفح المكتبة الداخلية في كلا بيئتي العمل MATLAB / Simulink و PROTEUS.



## الفصل السادس: مراقبة أنظمة الرقابة الصناعية باستعمال المراقب PID

### مقدمة

في هذا الفصل سنتطرق إلى مراقبة أداء أنظمة الرقابة الصناعية باستعمال المراقب PID. في هذا الاطار، سنتطرق بوجه الخصوص إلى مراقبة أنظمة الرقابة الصناعية ذات التركيبة الالكترونية وذلك باستعمال وحدات المراقبة الالكترونية التناظرية وكذلك وحدات المراقبة الإلكترونية الرقمية.

بصفة عامة، فإنّ وحدات المراقبة الإلكترونية التناظرية (التي تتعامل مع إشارات مستمرة التغير) تتمتع بميزتين مهمتين بالمقارنة مع وحدات المراقبة الإلكترونية الرقمية وهما الموثوقية وسرعة الاستجابة. ومع ذلك، فقد تقلصت هذه المزايا مع تطور تقنيات المراقبة الرقمية حيث حققت هذه الأخيرة مستويات عالية جداً من الموثوقية، غير أنّ وحدات المراقبة الإلكترونية التناظرية لا زالت تتمتع بميزة سرعة الاستجابة. من هذا المنطلق، سنستعرض التركيبة الالكترونية للمراقب PID بنوعها التناظرية والرقمية. ومن ثمّ سنتطرق إلى تطبيقين للمراقبة PID لنظام رقابة حرارة فرن كهربائي.

قبل التفصيل في التركيبة الالكترونية للمراقب PID، حرّينا استذكار العبارة الزمنية للمراقب PID في حد ذاته بدلالة إشارة الخطأ، حيث نعلم أنّ

$$u_{PID}(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau + K_D \frac{de(t)}{dt} \quad (1.6)$$

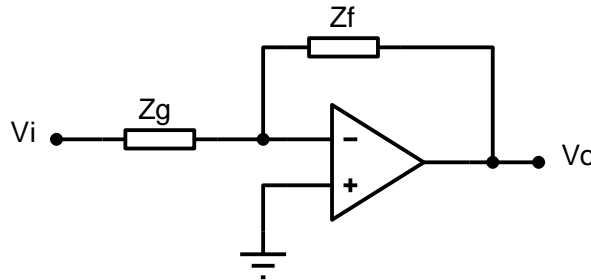
أين  $u(t)$  يرمز إلى العبارة الزمنية للمراقب،  $e(t)$  يرمز إلى العبارة الزمنية لإشارة لخطأ، بينما ترمز الثوابت  $K_P$ ،  $K_I$  و  $K_D$  إلى كسب كل من الحد التناسبي، الحد التكاملي وكذا الحد الاشتقاقي على التوالي. من جهة أخرى، فإنّ دالة تحويل المراقب PID معطاة على النحو التالي

$$G_{PID}(p) = \frac{U_{PID}(p)}{E(p)} = K_P + \frac{K_I}{p} + K_D p \quad (2.6)$$

### 1.6. التركيبة الالكترونية التناظرية

#### 1.1.6 التركيبة الالكترونية التناظرية للمراقب PID

تعتمد التركيبة الالكترونية التناظرية للمراقب PID على مضخم التشغيل في تصميماتها، حيث تسمح هذه الأخيرة من إنشاء دوائر الكترونية تؤدي التضخيم (الكسب)، التكامل، الاشتقاق، ووظائف المراقبة المفيدة الأخرى مع عدد قليل من مضخمات التشغيل، المقاومات، والمكثفات كما تمت الإشارة إليه من قبل في الفصل 2. بالرجوع إلى المثال 2.1.2.ب، لدينا الدارة الكهربائية التالية



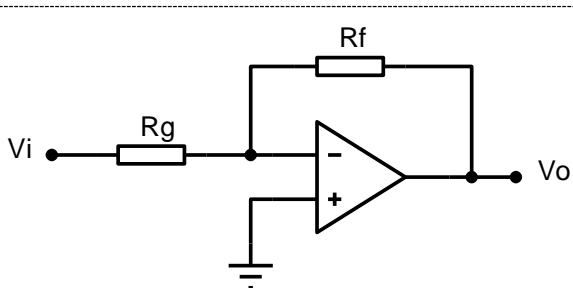
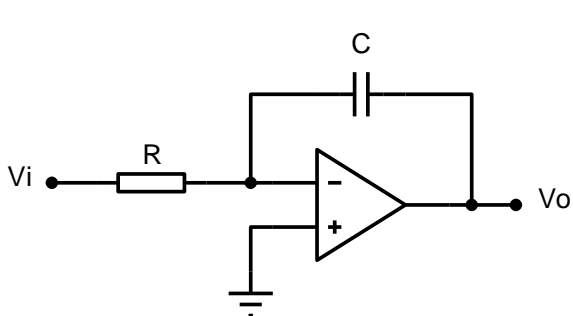
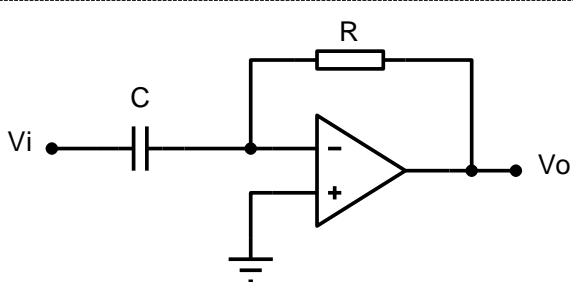
الشكل 1.1.6.أ. دارة كهربائية باستعمال مضخم التشغيل.

حيث أن دالة تحويل الدارة هي كالتالي

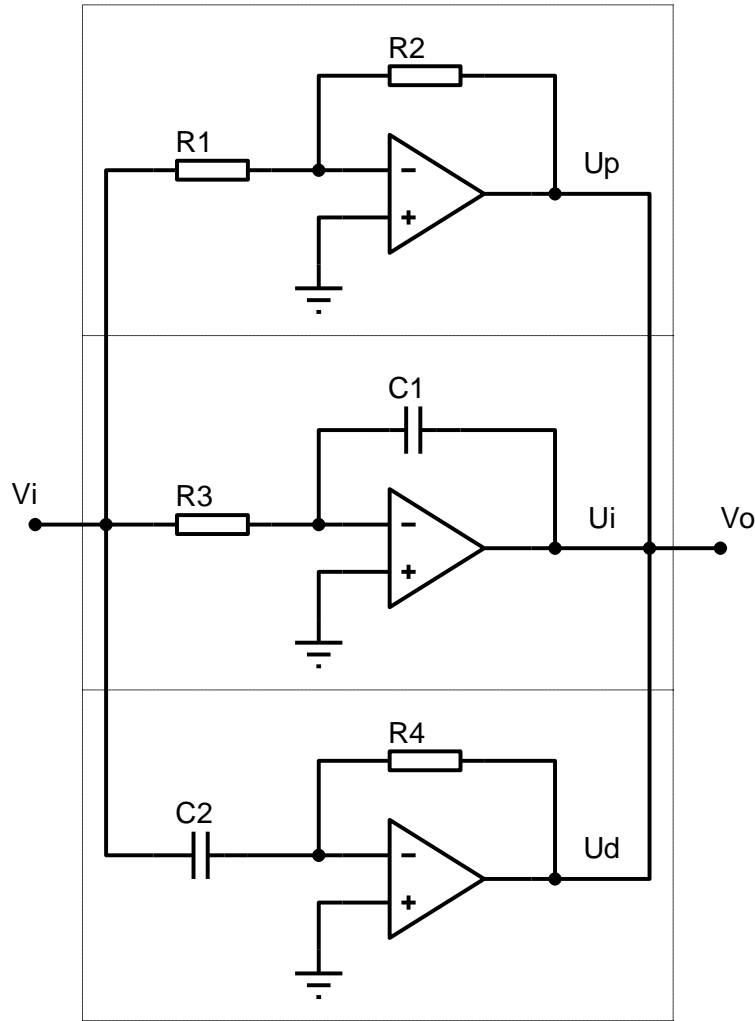
$$G(p) = \frac{V_o(p)}{V_i(p)} = - \frac{Z_f(p)}{Z_g(p)} \quad (3.6)$$

وعليه، يتم تمثيل كل حد من حدود المراقب PID باستعمال مضخمات التشغيل كما هو موضح في الجدول 1.6 التالي

الجدول 1.1.6. التركيبة الالكترونية لحدود المراقب PID باستعمال مضخمات التشغيل.

التركيبة الالكترونية	دالة التحويل
الحد التناسبي P	
	<p>بفرض أن <math>Z_f = R_f</math> و <math>Z_g = R_g</math> نجد أن</p> $G_P(p) = \frac{V_o}{V_i} = - \frac{Z_f(p)}{Z_g(p)} = - \frac{R_f}{R_g} \quad (4.6)$ $= K_P$
الحد التكاملي I	
	<p>بفرض أن <math>Z_f = C</math> و <math>Z_g = R</math> ومنه</p> $G_I(p) = \frac{V_o}{V_i} = - \frac{Z_f(p)}{Z_g(p)} = - \frac{1}{Cp} \quad (5.6)$ $= - \frac{1}{RCp} = - \frac{K_I}{p}$
الحد الاشتقاقي D	
	<p>بفرض أن <math>Z_f = R</math> و <math>Z_g = C</math> ومنه</p> $G_D(p) = \frac{V_o}{V_i} = - \frac{Z_f(p)}{Z_g(p)} = - \frac{R}{1/Cp} \quad (6.6)$ $= -RCp = -K_D p$

وعليه، عند توصيل جميع الحدود السابقة في تركيبة الكترونية واحدة، نتحصل على التركيبة العامة للمُرَاقِب PID على النحو التالي



الشكل 1.1.6.ب. التركيبة الالكترونية للمُرَاقِب PID.

وعلى هذا الأساس، فإنه يمكن استنتاج دالة تحويل المُرَاقِب PID للتركيبة الالكترونية السابقة كما يلي

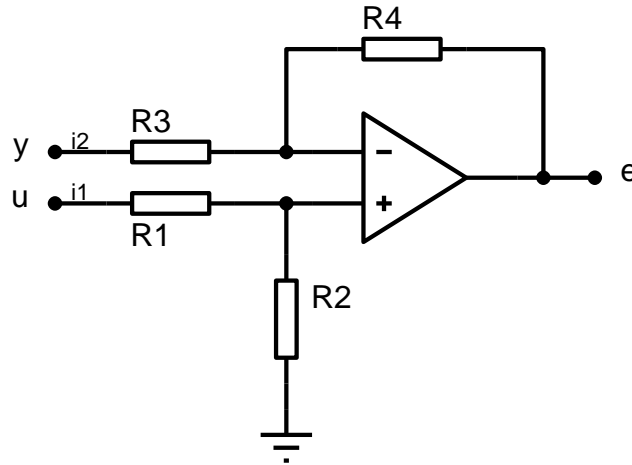
$$G_{PID}(p) = \frac{V_o}{V_i} = -\frac{R_2}{R_1} - \frac{1}{R_3 C_1 p} - R_4 C_2 p \quad (7.6)$$

والتي توافق العبارة (2.6).

❖ تنويه 1: عادةً ما يتم إدخال بعض التعديلات الطفيفة على كل من الحد التكاملي والحد الاشتقاقي وذلك بإضافة مقاومة على التوازي مع المكثف بالنسبة للحد التكاملي ومقاومة على التسلسل مع المكثف بالنسبة للحد الاشتقاقي. هذا الإجراء مهم من الناحية العملية والسبب في ذلك هو تفادي تأخر شحن المكثف حيث سينجر عنه تأخر استجابة في الحلقة المغلقة عند جميع الترددات خاصة المنخفضة منها بالنسبة للحد التكاملي، هذا من جهة. ومن جهة أخرى لتفادي تضخيم الضوضاء عند الترددات العالية بالنسبة للحد الاشتقاقي.

### 2.1.6 التركيبة الالكترونية التناظرية لإشارة الخطأ

من جهةها، تعتمد التركيبة الالكترونية التناظرية لإشارة الخطأ  $e(t)$  هي كذلك على مضخم التشغيل في تصميماتها حيث يتم إجراء وظيفة الطرح اللازمة لحساب الخطأ باستخدام دائرة "الطرح" التالية:



الشكل 2.1.6. تمثيل إشارة الخطأ باستعمال مضخم التشغيل.

بتطبيق قانون كيرشوف على عقدة التيار  $i_1$ ، لدينا

$$\left. \begin{aligned} u - R_1 i_1 - R_2 i_1 &= 0 \Rightarrow i_1 = \frac{1}{R_1 + R_2} u \\ V^+ &= R_2 i_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow V^+ = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u \quad (8.6)$$

بتطبيق قانون كيرشوف على عقدة التيار  $i_2$ ، لدينا

$$\left. \begin{aligned} y - R_3 i_2 - V^- &= 0 \\ e + R_4 i_2 - V^- &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow y - (R_3 + R_4) i_2 - e = 0 \Rightarrow i_2 = \frac{y - e}{R_3 + R_4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y - \frac{R_3}{R_3 + R_4} (y - e) - V^- = 0 \\ e + \frac{R_4}{R_3 + R_4} (y - e) - V^- = 0 \end{cases} \quad (9.6)$$

وبما أن  $V^+ = V^-$  عند مدخل مضخم التشغيل، ومنه وتنعويض العبارة (7.6) في إحدى العبارتين (8.6)، نستنتج أن

$$e + \frac{R_4}{R_3 + R_4} (y - e) - V^+ = 0 \Rightarrow e + \frac{R_4}{R_3 + R_4} (y - e) - \frac{R_2}{R_1 + R_2} u = 0$$

$$\Rightarrow \frac{R_3}{R_3 + R_4} e + \frac{R_4}{R_3 + R_4} y - \frac{R_2}{R_1 + R_2} u = 0 \quad (10.6)$$

ومنه نتحصل على عبارة إشارة الخطأ  $e$  بدلالة المدخل  $u$  والمخرج  $y$  كما يلي

$$e = \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} \times \frac{R_3 + R_4}{R_3} \right) u - \frac{R_4}{R_3} y \quad (11.6)$$

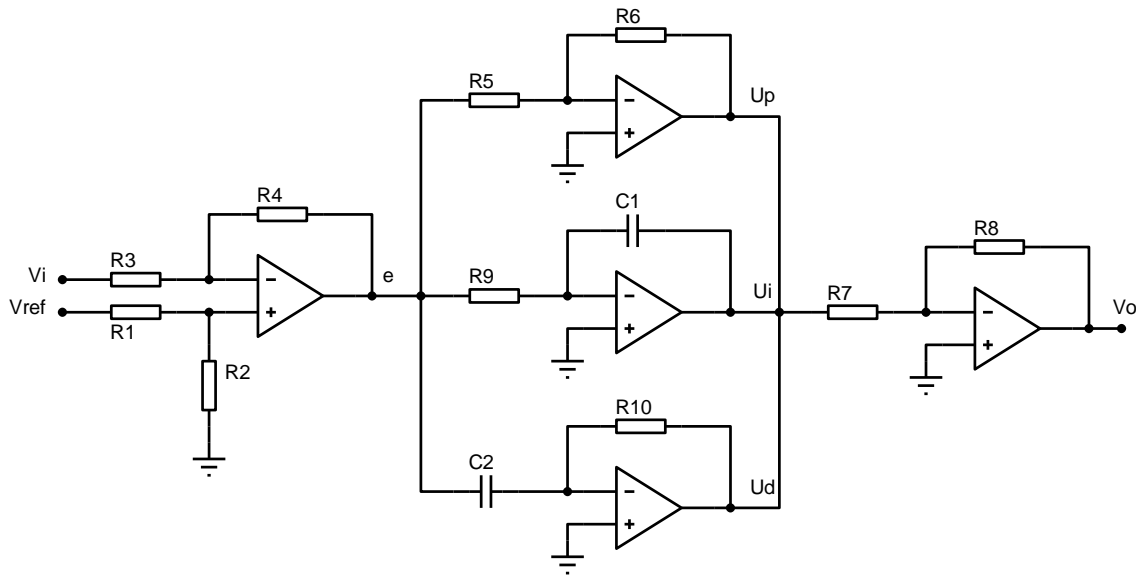
في حال تساوي جميع المقاومات، نستنتج مباشرةً أنَّ

$$e = u - y \quad (12.6)$$

وهو ما يفى بالغرض.

### 3.1.6 التركيبة الالكترونية التناظرية العامة للمُرَاقِب PID مع إشارة الخطأ

من خلال ما سبق، يمكن تمثيل التركيبة الالكترونية التناظرية العامة للمُرَاقِب PID مع إشارة الخطأ  $e$  مع إضافة مضخم عند مخرج المُرَاقِب وذلك للمحافظة على الإشارة السالبة للجزء التناسبي. وعليه نتحصل على التركيبة الالكترونية التناظرية المعطاة في الشكل 3.1.6.أ.



الشكل 3.1.6.أ. التركيبة الالكترونية التناظرية للمُرَاقِب PID مع إشارة الخطأ.

وعليه نستنتج دالة تحويل المُرَاقِب PID مع إشارة الخطأ للتركيبة الالكترونية السابقة كما يلي

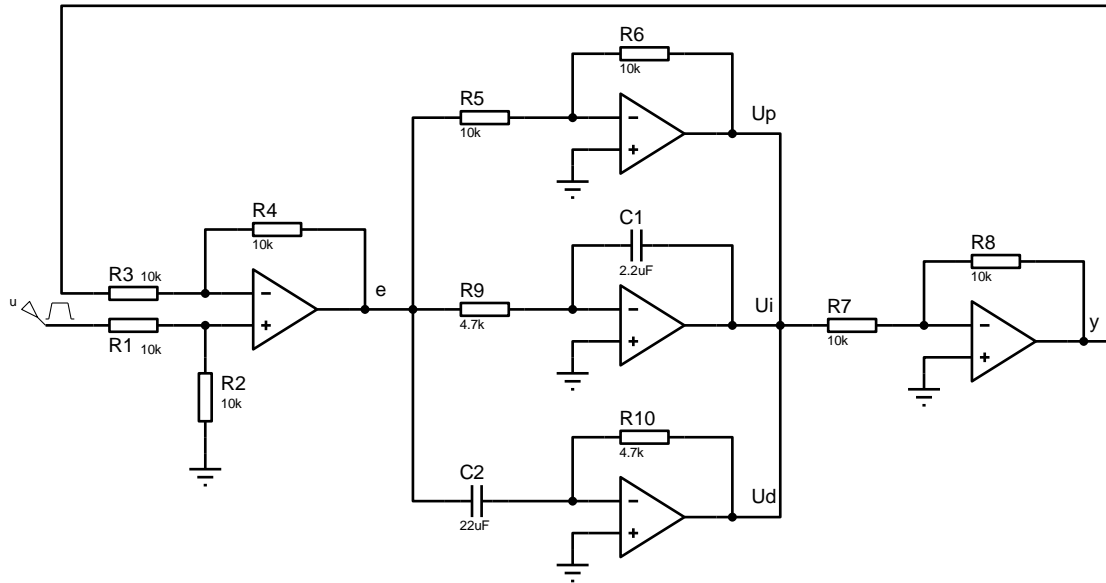
$$G(p) = \frac{V_o}{V_i} = -\frac{R_4 R_6 R_8}{R_3 R_5 R_7} - \frac{1}{R_9 C_1 p} - R_{10} C_2 p = K_p + \frac{1}{T_i p} + T_d p \quad (13.6)$$

كما تمت الإشارة إليه من قبل حين دراسة الاستجابة الزمنية للمُرَاقِب PID فإن الاختيار الأمثل لقيم ثوابت الكسب التناسبي، الكسب التكاملي و الكسب الاشتقاقي أمر في غاية الدقة خاصة حين اختيار القيم الفعلية لمختلف عناصر المُرَاقِب.

بفرض أنَّ الكسب التناسبي  $K_p = 10$ ، الكسب التكاملي  $K_i = 100$  و الكسب الاشتقاقي  $K_D = 10$  ومنه يمكن اختيار قيم المقاومات والمكثفات على النحو التالي

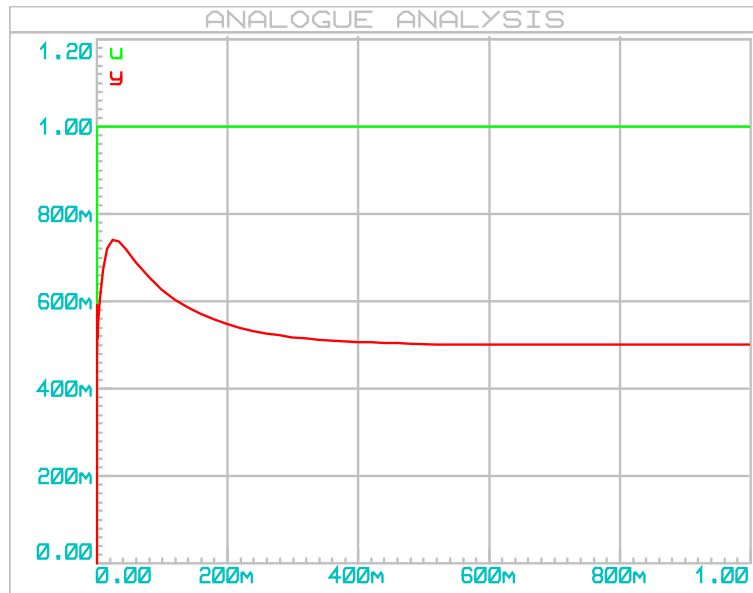
$$\begin{aligned} R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = R_7 = R_8 = 10k\Omega &\Rightarrow K_p = 1 \\ R_9 = 4.7k\Omega, C_1 = 2.2\mu F &\Rightarrow T_i \approx 0.01 \\ R_{10} = 4.7k\Omega, C_2 = 22\mu F &\Rightarrow T_d \approx 0.1 \end{aligned} \quad (14.6)$$

بفرض أن المدخل عبارة عن إشارة خطوة الوحدة وتوصيل الحلقة المغلقة، وعليه يمكن تمثيل التركيبة الالكترونية على النحو التالي



الشكل 3.1.6.ب. التركيبة الالكترونية التناظرية للحلقة المغلقة الخاصة بالمراقب PID مع إشارة الخطأ.

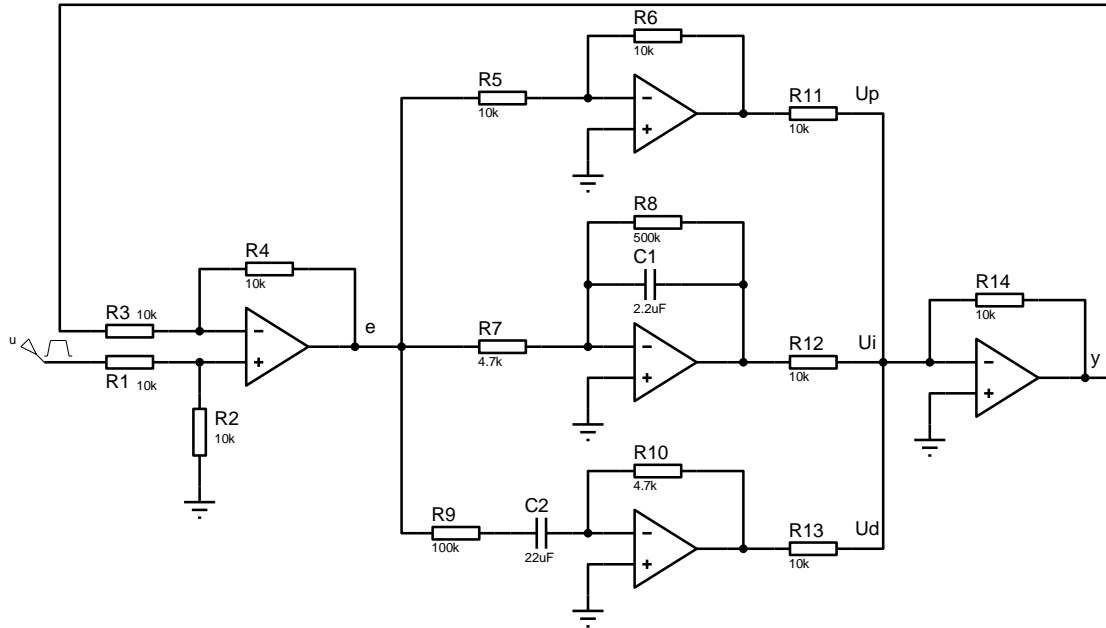
ويتم استنتاج الاستجابة الزمنية كما يلي



الشكل 3.1.6.ت. الاستجابة الزمنية للحلقة المغلقة.

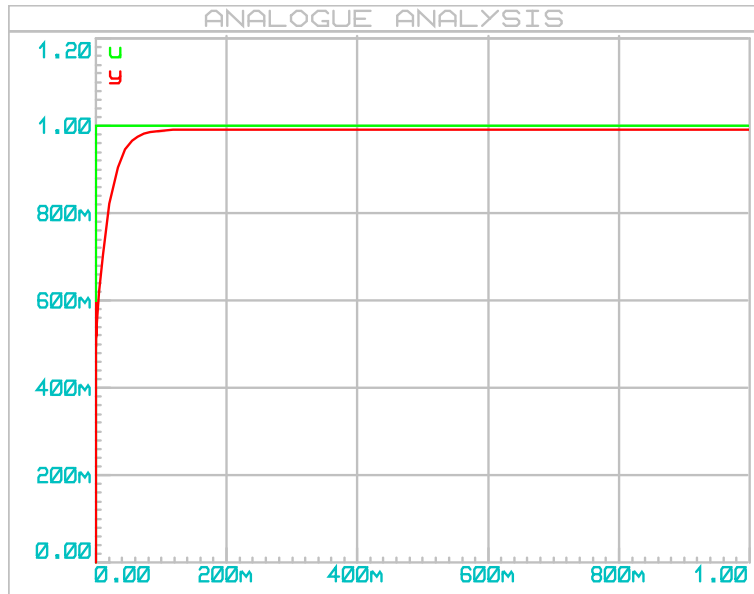
نلاحظ أن الاستجابة الزمنية لا تزال بعيدة نوعاً ما عن الاستجابة المرجوة وهذا بغض النظر عن قيم ثوابت الكسب المختارة. وعليه وبالاتماد على التعديلات المذكورة في التوبة 1 ومن أجل نفس قيم

ثوابت الكسب المتحصل عليها، فإنه يتم إعادة تمثيل التركيبة الالكترونية للحلقة المغلقة السابقة كما هو موضح في الشكل 3.1.6.ث.



الشكل 3.1.6.ث. التركيبة الالكترونية التاطيرية للحلقة المغلقة المعدلة الخاصة بالمُرَاقِب PID مع إشارة الخطأ.

ويتم استنتاج الاستجابة الزمنية التالية



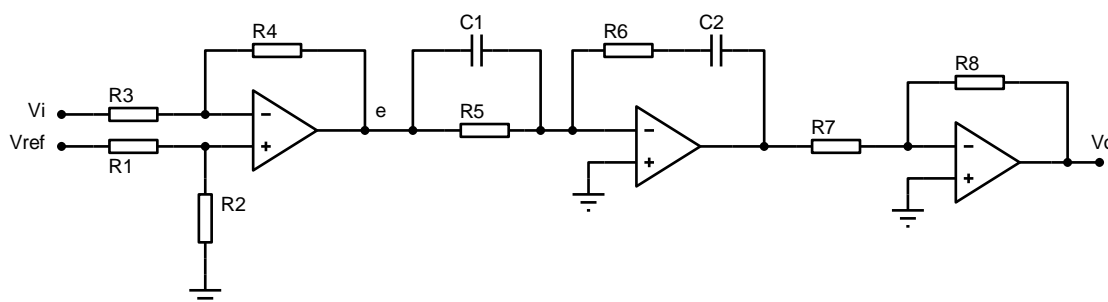
الشكل 3.1.6.ج. الاستجابة الزمنية للحلقة المغلقة المعدلة.

حيث نلاحظ تحسن معتبر في الاستجابة الزمنية من حيث اقتراب الاستجابة الزمنية نحو الاستجابة المرجوة مع استقرار في الاستجابة الزمنية النهائية.

❖ تنويه 2: هناك أنواع مختلفة وتعديلات جد معتبرة لوحدة المراقبة PID والتي يمكن استخدامها لجميع احتياجات المراقبة الصناعية؛ بما فيها مراقبة المستوى، التدفق، درجة الحرارة، الضغط وغيرها كثير. وعليه، يستلزم إجراء عمليات المحاكاة الحاسوبية قبل اتخاذ قرار بشأن وحدة المراقبة PID الملائمة حيث تتضمن الخيارات استخدام إما وحدات مراقبة المنطق القابلة للبرمجة (PLC) أو وحدة مراقبة PID مستقلة.

فيما يلي نستعرض تعديلين عمليين مهمين للمراقب PID.

**التعديل الأول :** يتم استعمال المراقب خاصة للحصول على سرعة الاستجابة حيث أن التركيبة الالكترونية للمراقب PID مع إشارة الخطأ  $e$  كما يلي



الشكل 3.1.6.ج. التركيبة الالكترونية التفاضلية المعدلة للمراقب PID.

وعليه تكون دالة تحويل الحلقة المغلقة للمراقب PID للتركيبة الالكترونية كما يلي

$$G(p) = \frac{V_o}{V_i} = -\frac{R_4}{R_3} \times \left( \frac{R_6 + \frac{1}{C_2 p}}{\frac{R_5}{C_1 p} + \frac{1}{R_5 + \frac{1}{C_1 p}}} \right) \times \frac{R_8}{R_7} = -\frac{R_4}{R_3} \frac{R_8}{R_7} \times \frac{(R_6 C_2 p + 1)(R_5 C_1 p + 1)}{R_5 C_2 p}$$

$$(15.6)$$

$$= -\frac{R_4}{R_3} \frac{R_8}{R_7} \times \frac{R_5 R_6 C_1 C_2 p^2 + (R_5 C_1 + R_6 C_2) p + 1}{R_5 C_2 p}$$

$$= -\frac{R_4}{R_3} \frac{R_8}{R_7} \times \left( \frac{C_1}{C_2} + \frac{R_6}{R_5} + \frac{1}{R_5 C_2 p} + R_6 C_1 p \right)$$

وعليه نستنتج قيم ثوابت الكسب التالية

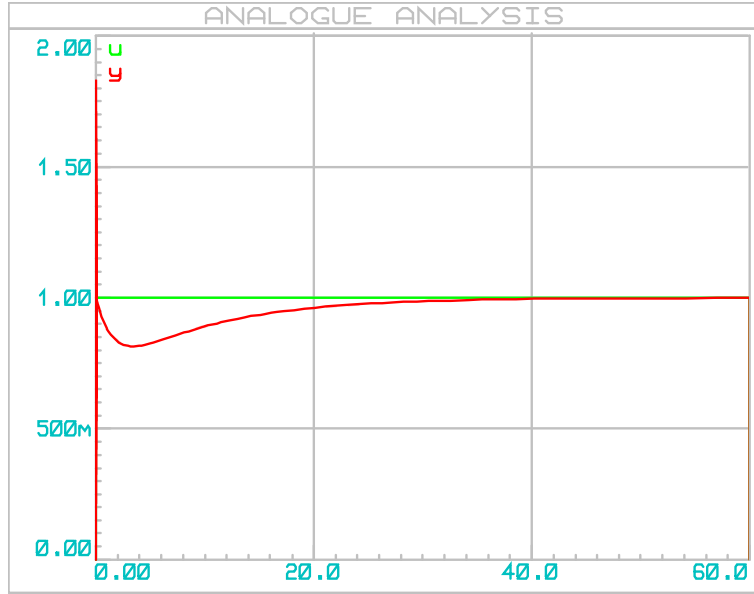
$$K_P = \frac{R_4}{R_3} \frac{R_8}{R_7} \left( \frac{C_1}{C_2} + \frac{R_6}{R_5} \right); K_I = \frac{R_4 R_8}{R_3 R_5 R_7 C_2}; K_D = \frac{R_6 R_4 R_8 C_1}{R_3 R_7} \quad (16.6)$$

بفرض أن جميع المقاومات متساوية، ومنه نستنتج ثوابت الكسب كما يلي

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R; R_5 = R_6 = R_7 = R_8 = R'$$

$$\Rightarrow K_P = \frac{C_1}{C_2} + 1; K_I = \frac{1}{R C_2}; K_D = R C_1 \quad (17.6)$$

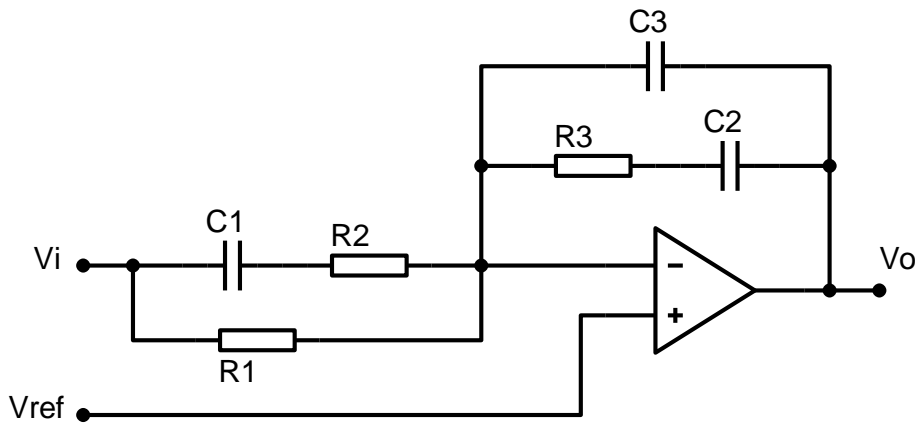
من أجل القيم التالية  $R = 10k\Omega$ ;  $R' = 100k\Omega$ ;  $C_1 = 60\mu F$ ;  $C_2 = 25\mu F$  ، نتحصل على الاستجابة الزمنية التالية



الشكل 3.1.6.ج. الاستجابة الزمنية للحلقة المغلقة المعدلة.

نلاحظ أنّ الاستجابة الزمنية تؤوّل إلى الاستجابة المرجوة مع تجاوز أقصى مرتفع لكن خاصية استقرار الاستجابة الزمنية عند الاستجابة المرجوة تبقى محققة.

**التعديل الثاني :** يتم استعمال المُرَاقِب خاصة للحصول على دقة الاستجابة حيث أنّ التركيبة الالكترونية للمُرَاقِب PID كما يلي (مرجع [4])



الشكل 3.1.6.د. التركيبة الالكترونية التناظرية للحلقة المغلقة المعدلة الخاصة بالمُرَاقِب PID مع إشارة الخطأ.

تكون دالة تحويل الحلقة المغلقة للمُرَاقِب PID للتركيبة الالكترونية كما يلي

$$G(p) = -\frac{Z_f(p)}{Z_g(p)} \quad (18.6)$$

حيث أنّ

$$Z_g : (R_2 \perp C_1) \parallel R_1 \Rightarrow Z_g(p) = \frac{\left(R_2 + \frac{1}{C_1 p}\right) R_1}{R_2 + \frac{1}{C_1 p} + R_1} = \frac{R_1 R_2 C_1 p + R_1}{(R_1 + R_2) C_1 p + 1} \quad (19.6)$$

$$Z_f : (R_3 \perp C_2) \parallel C_3 \Rightarrow Z_f(p) = \frac{\left(R_3 + \frac{1}{C_2 p}\right) \frac{1}{C_3 p}}{R_3 + \frac{1}{C_2 p} + \frac{1}{C_3 p}} = \frac{R_3 C_2 p + 1}{(R_3 C_2 p + 1) C_3 p + C_2 p}$$

وعليه نستنتج دالة تحويل المراقب PID على النحو التالي

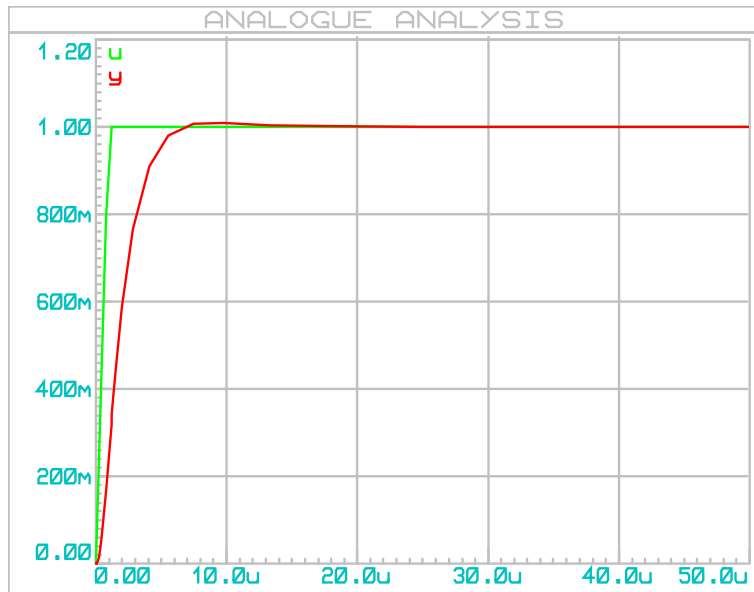
$$G(p) = - \frac{\frac{R_3 C_2 p + 1}{(R_3 C_2 p + 1) C_3 p + C_2 p}}{\frac{R_1 R_2 C_1 p + R_1}{(R_1 + R_2) C_1 p + 1}} = - \frac{R_3 C_2 p + 1}{(R_3 C_2 p + 1) C_3 p + C_2 p} \times \frac{(R_1 + R_2) C_1 p + 1}{R_1 R_2 C_1 p + R_1} \quad (20.6)$$

$$= - \frac{(R_3 C_2 p + 1) \times [(R_1 + R_2) C_1 p + 1]}{(R_3 C_2 C_3 p^2 + C_3 p + C_2 p) \times (R_1 R_2 C_1 p + R_1)}$$

يتم اختيار قيم المقاومات والمكثفات على النحو التالي

$$R_1 = 813\Omega; R_2 = 390\Omega; R_3 = 2.25k\Omega; C_1 = 4.51nF; C_2 = 2.42nF; C_3 = 100pF \quad (21.6)$$

بتعويض قيم المقاومات والمكثفات في التركيبة الالكترونية السابقة، نتحصل على الاستجابة الزمنية التالية



الشكل 3.1.6. الاستجابة الزمنية للحلقة المغلقة المعدلة.

نلاحظ أنَّ الاستجابة الزمنية تؤول إلى الاستجابة المرجوة في زمن صغير جداً في حدود  $10 \times 10^{-6}$  ثانية مع استقرار في الاستجابة الزمنية النهائية.

4.1.6 تطبيق التركيبة الالكترونية التناظرية للمُرَاقِب PID على نظام رقابة حرارة فرن كهربائي  
لنفرض أنَّ فرن كهربائي يجب أن يعمل عند درجة حرارة تقارب 120 درجة مئوية. لتحقيق استقرار النظام، يتم استخدام وحدة تحكم PID. سنعتمد على بيئة العمل PROTEUS لتحليل سلوك النظام بشكل عام.  
تُعطى دالة تحويل الفرن بواسطة نظام من الدرجة الأولى على النحو التالي

$$G(p) = \frac{Ke^{-Lp}}{\tau p + 1} \quad (22.6)$$

حيث  $L$  يرمز إلى زمن التأخير،  $\tau$  يرمز إلى ثابت الزمن و  $K$  عبارة عن ثابت كسب الفرن الكهربائي.  
يتم التعبير عن ثابت الكسب للفرن الكهربائي بالنسبة للتغيرات درجة الحرارة بالعلاقة التالية

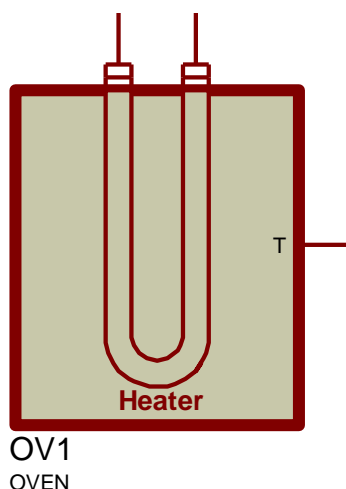
$$K = \frac{y(t_f) - y(t_0)}{u(t_f) - u(t_0)} \quad (23.6)$$

حيث أنَّ  $t_0$  و  $t_f$  عبارة عن مؤشرات تُعبّر عن القيمة الابتدائية والنهائية لكل من المدخل  $u$  (المؤثر) والمخرج  $y$  (استجابة)، على التوالي.  
من جهة أخرى، حيث يتم حساب الثوابت  $\tau$ ،  $L$  باستعمال الصيغ التالية

$$\begin{aligned} \tau &= 1.5(t_{63.2\%} - t_{28.3\%}) \\ L &= t_{63.2\%} - \tau \end{aligned} \quad (24.6)$$

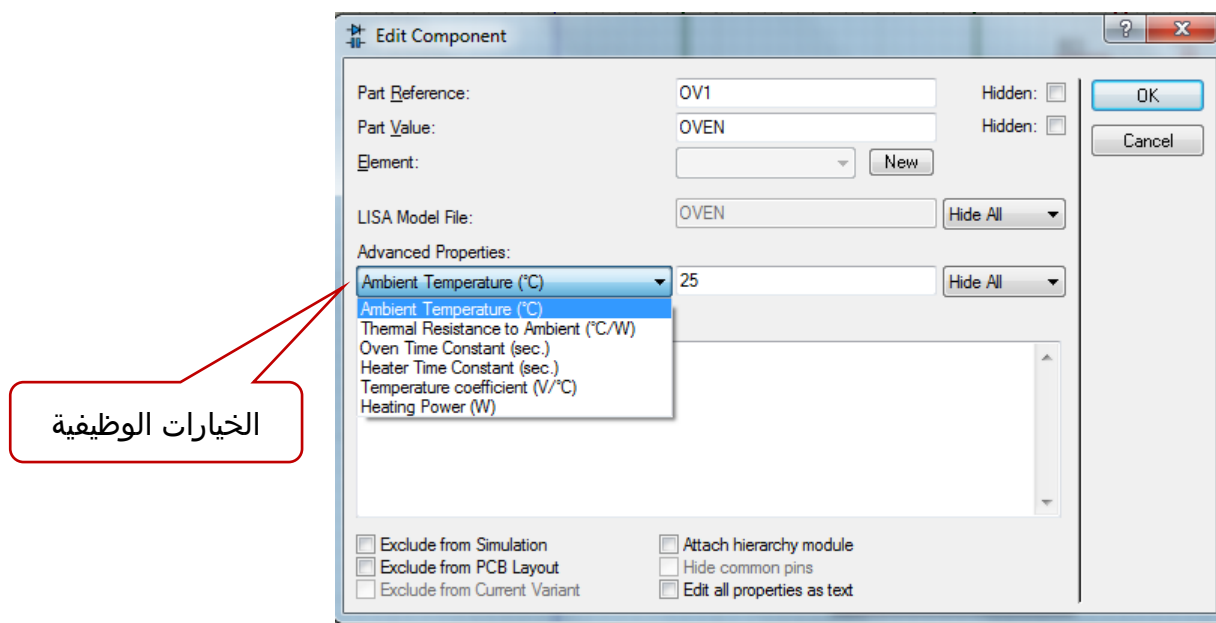
والتي تتوافق مع التركيبات الصناعية التي تصل فيها الاستجابة الزمنية من 28.3% إلى 63.2% من القيمة النهائية.

يتم التعبير عن الفرن الكهربائي في بيئة العمل PROTEUS بعنصر تحت الاسم OVEN حيث أنَّ النموذج مُعطى بالشكل التالي والذي يتكون من مدخلين لتطبيق الجهد والمخرج  $T$  والذي يُسمى مُستشعر درجة حرارة.



الشكل 4.1.6.أ. نموذج الفرن الكهربائي في بيئة العمل PROTEUS.

الشكل الموافق يُوضح الخيارات الوظيفية المتوفرة للعنصر OVEN في بيئة العمل PROTEUS.



الشكل 4.1.6.ب. الخيارات الوظيفية للفرن في بيئة العمل PROTEUS.

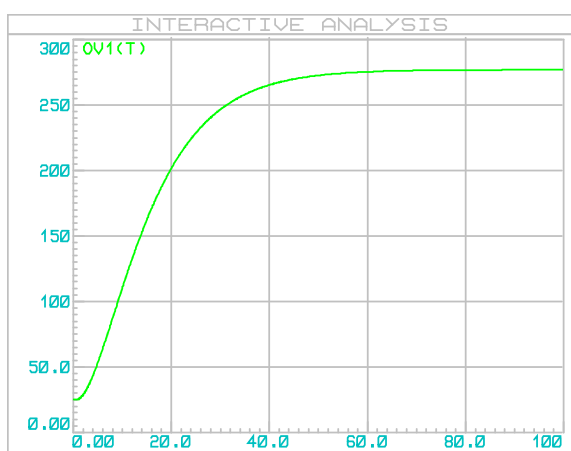
حيث يتم تغيير الوظائف التالية لتجنب المحاكاة الطويلة

- Oven Time Constant (sec) = 10
- Heater Time Constant (sec) = 1
- Temperature Coefficient (V/°C) = 1

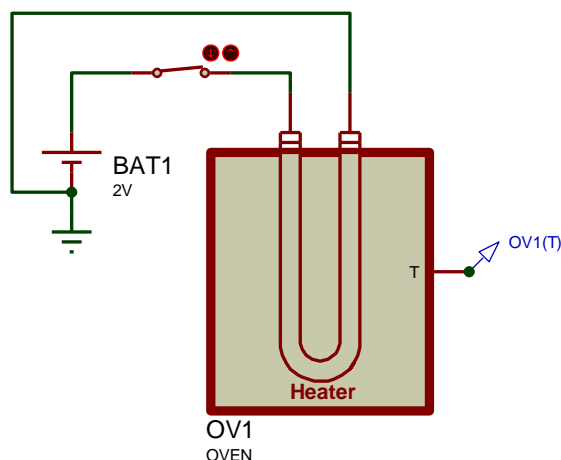
مع فرض أن استطاعة الفرن

- Heating Power (W) = 120

وعليه، تكون التركيبة الالكترونية للفرن الكهربائي والاستجابة الزمنية الموافقة بالنسبة لجهد ثابت ممثل بخطوة عند 2V كما هو موضح في الشكل 9.6 التالي.



ب. الاستجابة الزمنية



أ. التركيبة الالكترونية

الشكل 4.1.6.ت. الاستجابة الزمنية للفرن الكهربائي في بيئة العمل PROTEUS.

من الواضح أن الاستجابة الزمنية تصف تصرف نظام رقابة من الرتبة الأولى بدون مراقبة والذي يوافق العبارة (22.6). حيث أن درجة الحرارة تتغير من 25 درجة مئوية إلى حدود 277 درجة مئوية كأقصى تقدير بالنسبة لقيمة الجهد المطبق. وعلى هذا الأساس فإنه يتم إدراج المُرَاقِب PID قصد مراقبة تغيرات درجة حرارة الفرن الكهربائي عند قيمة درجة الحرارة المرجوة 120 درجة مئوية.

قبل ذلك يجب تحديد أولاً معاملات النظام  $K$ ،  $\tau$  و  $L$  وذلك بالاعتماد على الاستجابة الزمنية المتحصل عليها، تتبع الخطوات التالية:

1/ تحديد ثابت الكسب  $K$  :  
من خلال العبارة (23.6)، نجد أن

$$K = \frac{y(t_f) - y(t_0)}{u(t_f) - u(t_0)} = \frac{277^\circ\text{C} - 25^\circ\text{C}}{2\text{V} - 0\text{V}} = 126^\circ\text{C} / \text{V} \quad (25.6)$$

2/ تحديد ثابت الزمن  $\tau$  وثابت التأخير  $L$   
لتحديد كل من ثابت الزمن  $\tau$  وثابت التأخير  $L$ ، يجب أولاً تحديد قيم الأزمنة  $t_{63.2\%}$  و  $t_{28.3\%}$ . في هذه الحالة نعتمد على العبارة الرياضية التالية

$$y(t_\alpha) = y(t_0) + \alpha \times (y(t_f) - y(t_0)) \quad (26.6)$$

وعليه نتحصل على قيم الاستجابة الزمنية  $y(t)_{t=63.2\%}$  و  $y(t)_{t=28.3\%}$  التالية

$$\begin{aligned} y(t)_{t=63.2\%} &= 25 + 0.632 \times (277 - 25) = 184.264^\circ\text{C} \\ y(t)_{t=28.3\%} &= 25 + 0.283 \times (277 - 25) = 96.316^\circ\text{C} \end{aligned} \quad (27.6)$$

ونستخرج قيم الأزمنة  $t_{63.2\%}$  و  $t_{28.3\%}$  الموافقة من خلال الشكل 4.1.6. كما يلي

$$\begin{aligned} y(t)_{t=63.2\%} &= 184.264^\circ\text{C} \Rightarrow t = 13.9\text{sec} \\ y(t)_{t=28.3\%} &= 96.316^\circ\text{C} \Rightarrow t = 7.21\text{sec} \end{aligned} \quad (28.6)$$

ومنه يتم حساب الثوابت  $\tau$ ،  $L$  بتعويض قيم الأزمنة المتحصل عليه في العبارات (24.6) كما يلي

$$\begin{aligned} \tau &= 1.5 \times (t_{63.2\%} - t_{28.3\%}) = 1.5 \times (13.9 - 7.21) = 10.035\text{sec} \\ L &= t_{63.2\%} - \tau = 13.9 - 10.035 = 3.865\text{sec} \end{aligned} \quad (29.6)$$

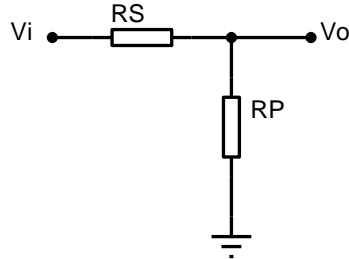
وعليه، يتم استنتاج دالة تحويل نظام رقابة الفرن الكهربائي بالاعتماد على العبارة (22.6) كما يلي

$$G(p) = \frac{Ke^{-Lp}}{\tau p + 1} = \frac{126e^{-3.865p}}{10.035p + 1} \quad (30.6)$$

ويتم تحديد قيم ثوابت كل من الكسب التناسبي  $K_p$ ، الكسب التكاملي  $K_i$  والكسب الاشتقاقي  $K_d$  وفقاً للصيغة التالية (حسب طريقة اقترح زيغلر ونيكلز)

$$K_p = 1.2 \frac{\tau}{L}, \quad T_i = 2L, \quad T_d = 0.5L \Rightarrow K_p = 3.1, \quad T_i = 7.73, \quad T_d = 1.93 \quad (31.6)$$

في هذا التطبيق فإننا نقترح إدراج التعديلين الأول والثاني للمراقب PID قصد مراقبة تغيرات درجة حرارة الفرن الكهربائي. بقي فقط التنويه أنه من الضروري تغيير حساسية مُستشعر الفرن T من  $1^\circ\text{C}/V$  إلى  $0.1^\circ\text{C}/V$ ، وذلك باستخدام مقسم جهد الموافق.



الشكل 4.1.6. ث. مقسم الجهد.

حيث أن

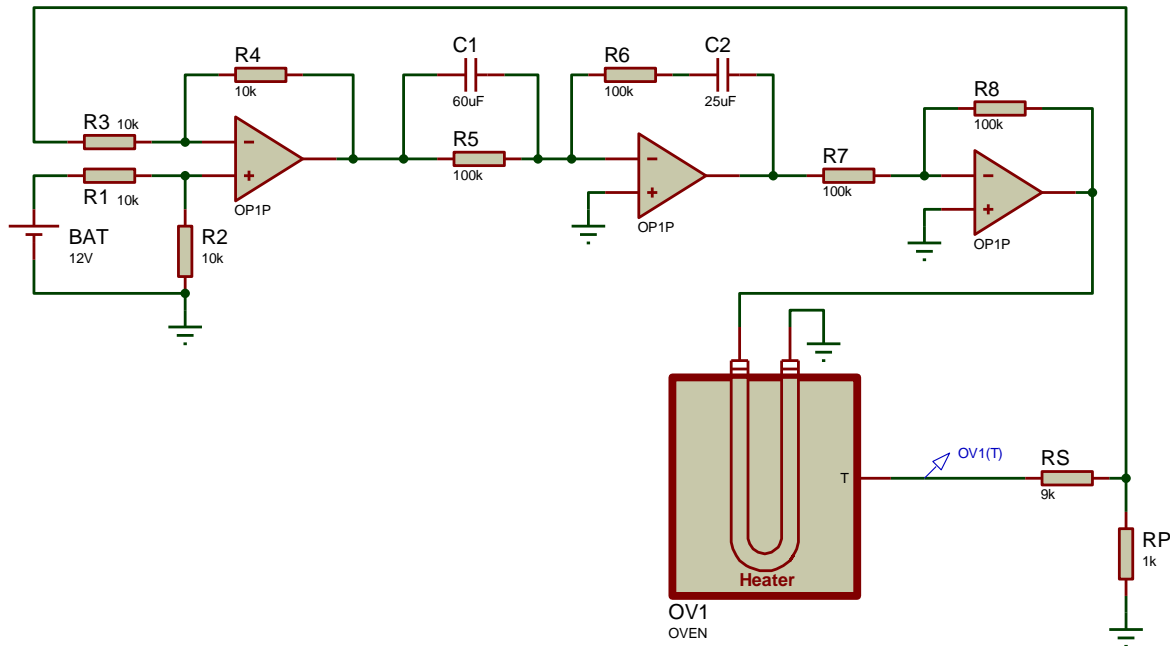
$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{R_p}{R_s + R_p} \quad (32.6)$$

وعليه ومن أجل حساسية المُستشعر الفرن  $0.1^\circ\text{C}/V$ ، نجد أن

$$0.1 = \frac{R_p}{R_s + R_p} \Rightarrow R_s = 9 \times R_p \quad (33.6)$$

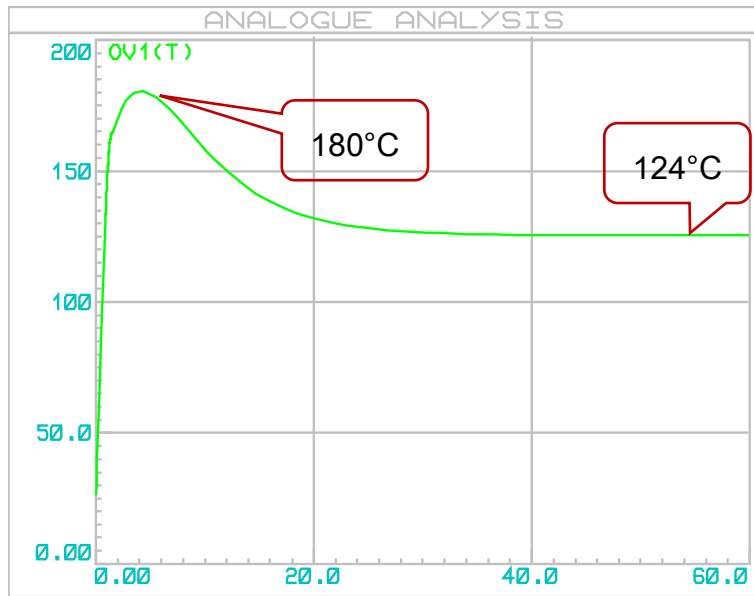
بفرض أن  $R_p = 1\text{k}\Omega$  ومنه  $R_s = 9\text{k}\Omega$ .

من جهة أخرى، يتم الحصول على الاستجابة المرجوة عند القيمة المرجعية  $120^\circ\text{C}$  باستخدام مصدر جهد مستمر عند القيمة المرجعية  $12V$ . ومنه يمكن تمثيل التركيبة الالكترونية للفرن الكهربائي تحت تأثير المراقب موضح في الشكل التالي.



الشكل 4.1.6. ج. التركيبة الالكترونية للفرن الكهربائي تحت تأثير المراقب PID باستعمال التعديل الأول.

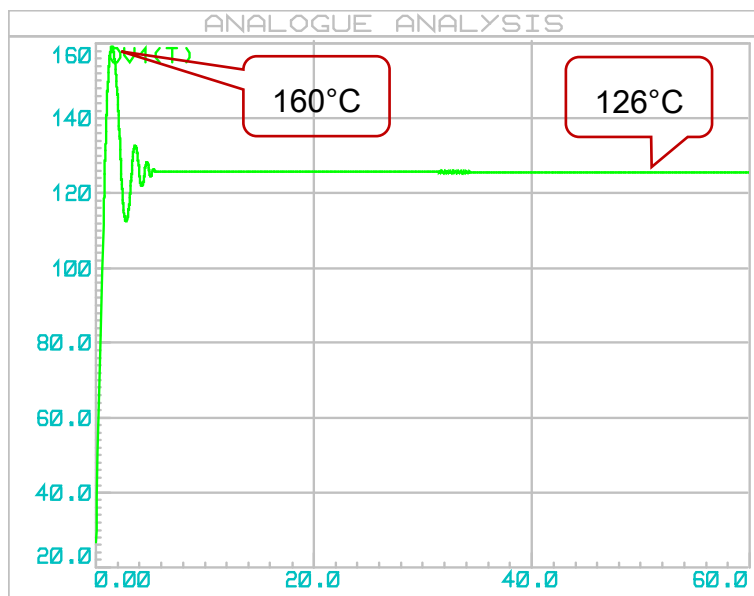
ونستنتج الاستجابة الزمنية كما يلي للفرن تحت تأثير المراقب PID باستعمال التعديل الأول كما يلي.



الشكل 4.1.6 ج. الاستجابة الزمنية للفرن الكهربائي تحت تأثير المراقب PID باستعمال التعديل الأول.

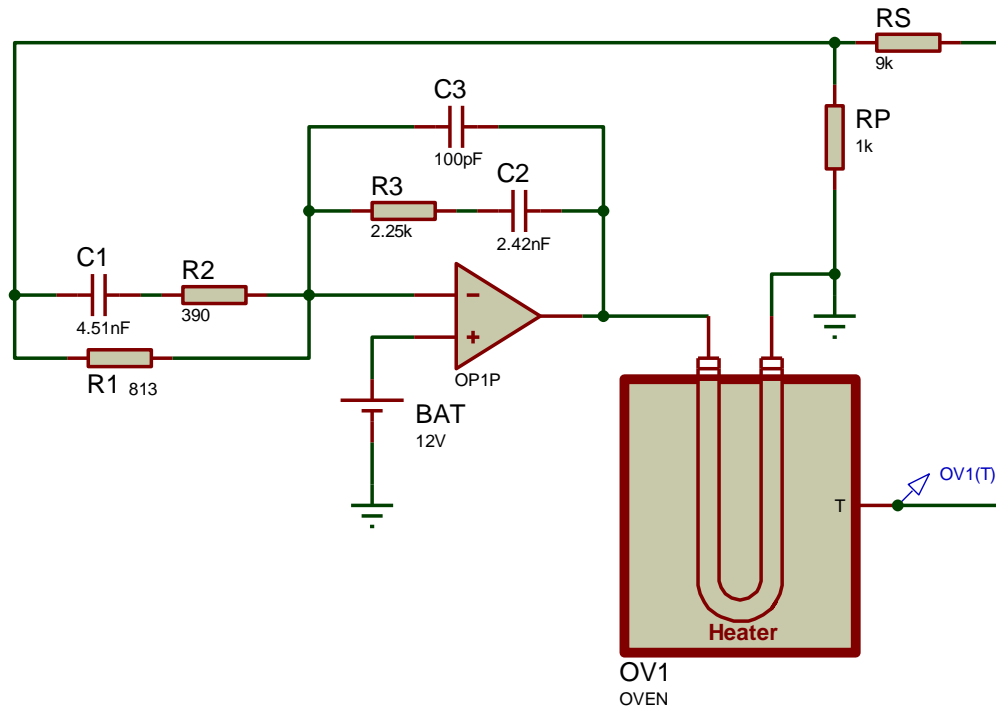
وفقاً للمتطلبات السابقة، يجب أن تكون درجة حرارة العمل  $120^{\circ}\text{C}$ . ومع ذلك فإن درجة حرارة العمل هي  $124^{\circ}\text{C}$  بحسب البيانات المأخوذة، مما يعني أن هناك خطأ نسبياً بنسبة 3.2٪. من ناحية أخرى، فإن قيمة الحد الأقصى للتجاوز  $M_p(\%) = (180 - 124) / 124 = 45.16\%$  وهي قيمة مرتفعة جداً. ولتصحيح ذلك، يجب تغيير قيم عناصر الدارة.

بفرض على سبيل المثال  $C_1 = 400\mu\text{F}$ ;  $C_2 = 1\mu\text{F}$ ، في هذه الحالة تكون قيم ثوابت الكسب مع  $K_p = 401$ ;  $K_i = 10$ ;  $K_d = 40$ . وعليه نتحصل على الاستجابة الزمنية أدناه حيث تجاوز الحد الأقصى هي 26.9٪، وهو أمر مقبول مع خطأ نسبي 4.7٪ وزمن الاستكانة في حدود 7.5 ثانية.



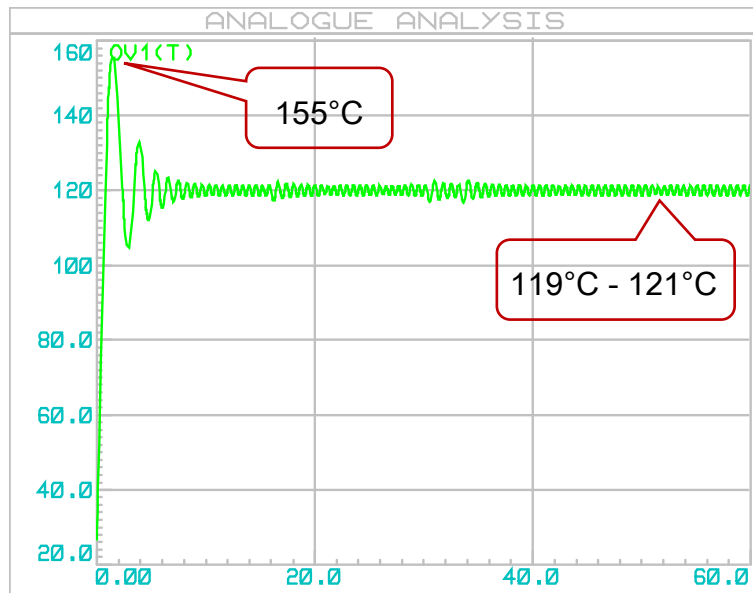
الشكل 4.1.6 خ. الاستجابة الزمنية للفرن تحت تأثير المراقب PID باستعمال التعديل الأول.

من جهتها، فإنَّ التركيبة الالكترونية للفرن الكهربائي تحت تأثير المُرَاقِب PID باستعمال التعديل الثاني كما يلي.



الشكل 4.1.6. التركيبة الالكترونية للفرن الكهربائي تحت تأثير المُرَاقِب PID باستعمال التعديل الثاني.

ونستنتج الاستجابة الزمنية للفرن الكهربائي تحت تأثير المُرَاقِب PID باستعمال التعديل الثاني التالية.



الشكل 4.1.6. الاستجابة الزمنية للفرن الكهربائي تحت تأثير المُرَاقِب PID باستعمال التعديل الثاني.

نلاحظ أنَّ قيمة تجاوز الحد الأقصى في حدود 26.9٪، وهو أمر مقبول مع زمن الاستكانة في حدود 8 ثواني. الأمر المهم في هذه الحالة هو ثبات القيمة النهائية لدرجة حرارة الفرن الكهربائي عند حدود 120 درجة مئوية وهي القيمة المرجوة مسبقاً. وعليه، يمكن الاعتماد على هذا التعديل لمراقبة درجة حرارة الفرن الكهربائي عند استعمال التركيبة الالكترونية التناظرية للمُرَاقِب PID.

## 2.6. التركيبة الالكترونية الرقمية

إنّ التقدم الملحوظ في مجال الإلكترونيات وكذلك تأثير علوم الكمبيوتر على جميع مجالات الإنسان سمح بتطوير تكنولوجيا رقمية جد متنوعة لمراقبة الأنظمة الصناعية باستعمال المعالجات الدقيقة. تتميز هذه الأخيرة بوحدة المعالج المركزية القابلة للبرمجة بقدرة حسابية عالية وذات موثوقية عالية. في هذا الإطار فإنّ شركات عالمية كثيرة تتنافس على تصنيع معالجات ذات مميزات تسمح لها بتأدية وظائف مختلفة في شتى الميادين. نستعرض بعض الشركات في هذا المجال على سبيل الذكر لا الحصر (ترتيب أبجدي لاتيني):

Analog Devices	NXP Semiconductors
Arduino	Panasonic
Atmel	Raspberry
Cypress Semiconductor	Silicon Laboratories
EPSON Semiconductor	Sony
Freescale Semiconductor	Texas Instruments
Fujitsu	Toshiba
Intel	Ubicom
Lattice Semiconductor	Xemics
Microchip Technology	Xilinx
National Semiconductor	ZiLOG
NEC	

حيث أنّ الشركات التي تم التأكيد عليها تُوفّر معالجات شائعة الاستعمال، على الأقل بالنسبة للهواة. وبالأخص، سنعتمد على المعالجات المتوفرة لدى Arduino لمراقبة درجة حرارة الفرن الكهربائي باستعمال المُرَاقِب PID.

على هذا الأساس وبدون الخوض كثيراً في خصائص المعالج في حد ذاته، سنستعرض التركيبة الالكترونية الرقمية المقترحة للمُرَاقِب مع نتائج التنفيذ.

### 1.2.6 التركيبة الالكترونية الرقمية للمُرَاقِب PID

إنّ التركيبة الالكترونية الرقمية للمُرَاقِب PID المقترحة تعتمد على طريقة تضمين عرض النبضة PWM والتي تُعتبر أفضل طريقة للتحكم في جهد التيار المستمر، حيث تسمح بتعديل التردد وزمن التبديل، أي بعبارة أخرى تغيير دورة العمل. بصفة عامة، يتم التعبير على دورة العمل كما يلي

$$D(\%) = \frac{PW}{T} \times 100 \quad (34.6)$$

حيث أنّ D هي دورة العمل، PW هو عرض النبض و T هي الفترة الإجمالية للإشارة. وبالتالي، فإن دورة العمل 75% تعني أن الإشارة تعمل في 75% من الزمن (زمن العمل) ولكنها منعقدة في 25% من الزمن المتبقي (زمن الراحة). وعليه، لا يمكن أن تكون دورة العمل أكبر من 100% لأنّ زمن العمل سيكون دائماً أقل من إجمالي الفترة الزمنية لقيمة التردد.

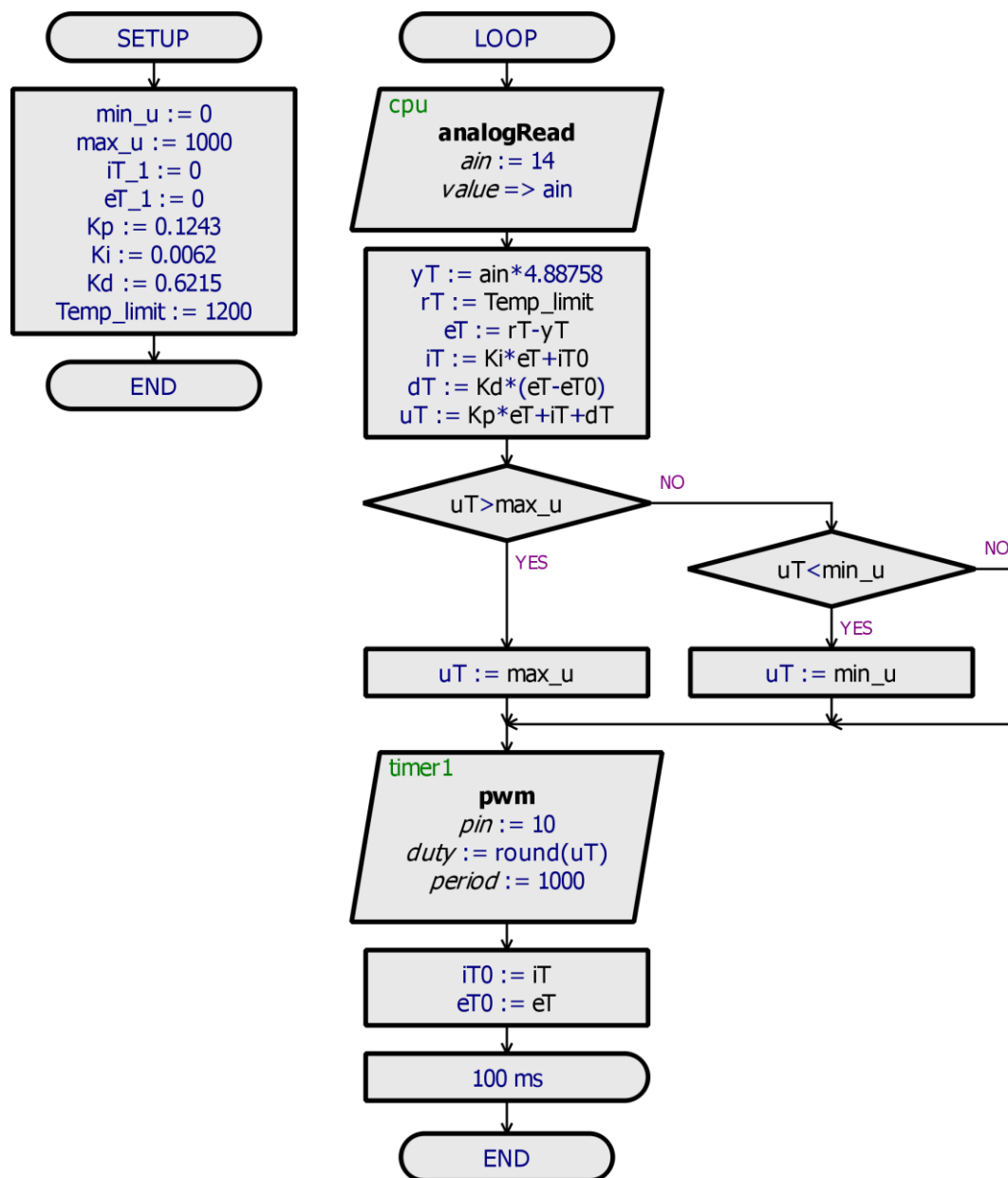


وعليه فإنّ المعالج الدقيق Arduino UNO لديه مهمة توليد PWM وتغيير دورة العمل من خلال مقارنة القيمة عند المخرج T (مُستشعر درجة حرارة) مع القيمة النظرية والتي تم برمجتها مُسبقاً في المعالج على أساس درجة حرارة المرجعية ( $120^{\circ}\text{C}$ ).

بما أنّ PWM الناتجة عند مخرج المعالج الدقيق Arduino UNO ذات جهد 5V، وعليه تتم الاستعانة بالعنصر الالكتروني IRL1004 (MOSFET) والذي يمكن استعماله كمفتاح بالنسبة للتيارات العالية قصد توفير جهد مرتفع يسمح بمراقبة الفرن الكهربائي.

وعلى هذا الأساس، تمت البرمجة باستعمال تقنية التصميم الافتراضي التي تُوفرها بيئة العمل PROTEUS بدل البرمجة في لغة برمجة معينة مثل Arduino IDE، أو غيرها.

الشكل الموافق يوضح البرنامج الذي تم اقتراحه لمراقبة درجة حرارة الفرن الكهربائي باستعمال تقنية التصميم الافتراضي في بيئة العمل PROTEUS.

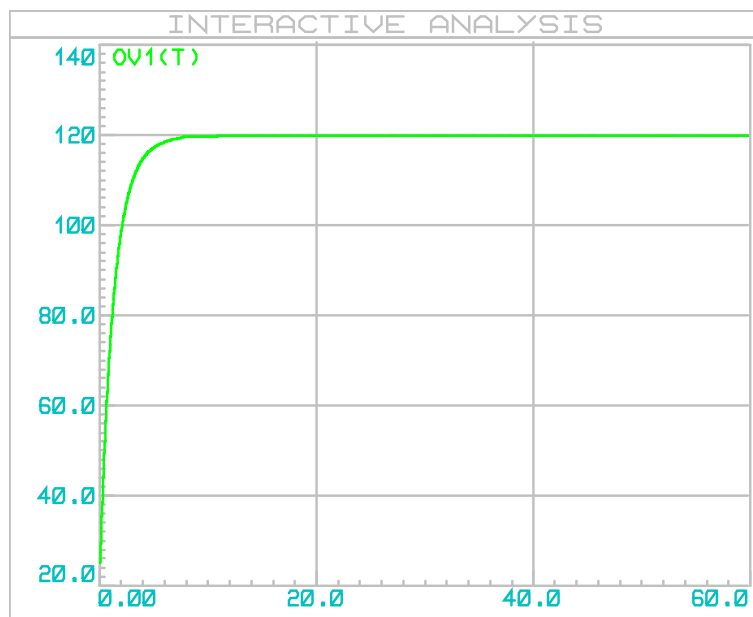


الشكل 2.2.6.ب. البرنامج المُقترح لمراقبة درجة حرارة الفرن الكهربائي باستعمال تقنية التصميم الافتراضي.

يجدر الذكر أن البرنامج المقترح لمراقبة درجة حرارة الفرن الكهربائي باستعمال تقنية التصميم الافتراضي يعتمد على مبدأ خوارزم المراقب PID والذي تم عرضه وتقديم الشروحات حوله بالتفصيل في الجدول 1.4 في الفصل 4. من خلال البرنامج، نلاحظ أنه يتم تحويل القيمة عند مخرج مُستشعر الفرن الكهربائي عبر المنفذ T باستعمال التحويل التناظري-الرقمي التالي

$$\text{ADC} : \frac{5000 \text{ (mV)}}{1023 \text{ (8 bits)}} = 4.88758 \text{ mV/bit} \quad (35.6)$$

من جهة أخرى، يمكن ملاحظة أنه يتم تحويل القيمة عند مخرج المنفذ IO10 إلى تضمين عرض نبضة والذي يُمثل المراقب PID المُطبق على الفرن الكهربائي. وعليه نستنتج الاستجابة الزمنية باستعمال التركيبة الالكترونية الرقمية للمراقب PID كما يلي.

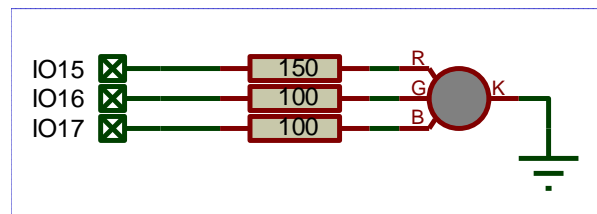


الشكل 2.2.6.ت. الاستجابة الزمنية للفرن الكهربائي باستعمال التركيبة الالكترونية الرقمية.

نلاحظ أن الاستجابة الزمنية تؤول إلى الاستجابة المرجوة بصفة مثالية بعد حوالي 7 ثواني. وعليه، فإن التركيبة الالكترونية الرقمية أثبتت فعالية كبيرة جداً من أجل مراقبة الفرن الكهربائي باستعمال المراقب PID.

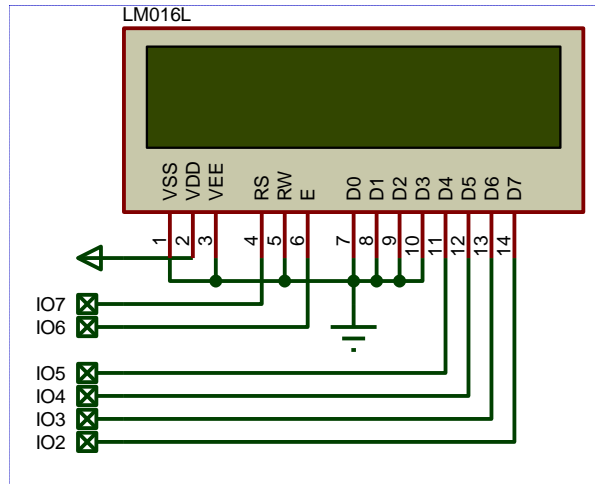
يمكن إدخال بعض التحسينات على التركيبة الالكترونية الرقمية بإضافة ما يلي:

أ. وحدة الثنائي الباعث للضوء RGBLED كما هو موضح أدناه، حيث أن الضوء يكون أحمرًا إلى غاية بلوغ درجة الحرارة  $\text{Temp} > 19.5^\circ\text{C}$  عندها يتغير اللون إلى اللون الأخضر.



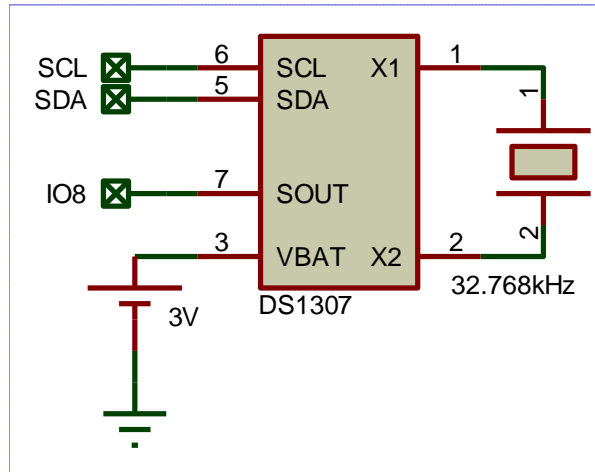
الشكل 2.2.6.ث. وحدة الثنائي الباعث للضوء RGBLED.

ب. شاشة عرض LCD 16×2 تسمح بعرض التوقيت الحالي ودرجة الحرارة الآنية.



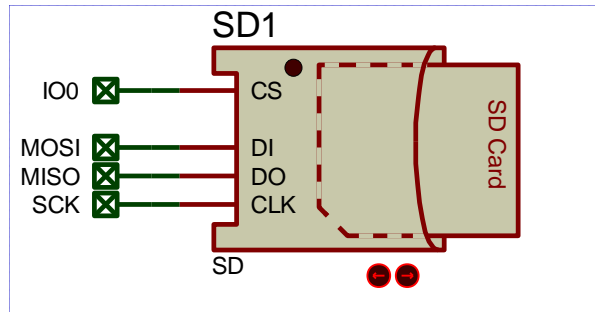
الشكل 2.2.6 ج. شاشة عرض LCD 16×2.

ت. مؤقتة الوقت الحقيقي RTC لإظهار الزمن الفعلي.



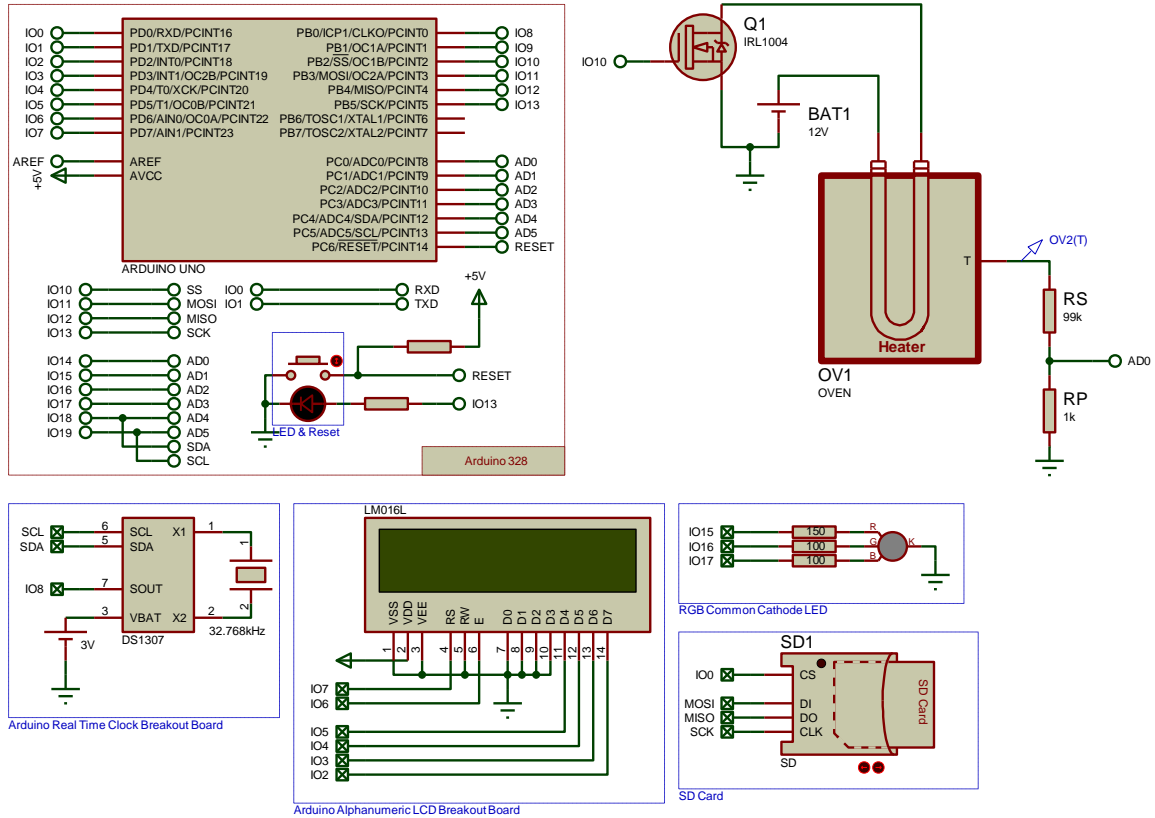
الشكل 2.2.6 ح. مؤقتة الوقت الحقيقي RTC.

ث. ذاكرة خارجية SD Card لحفظ قيم درجة الحرارة المتحصل عليها بدلالة الزمن.

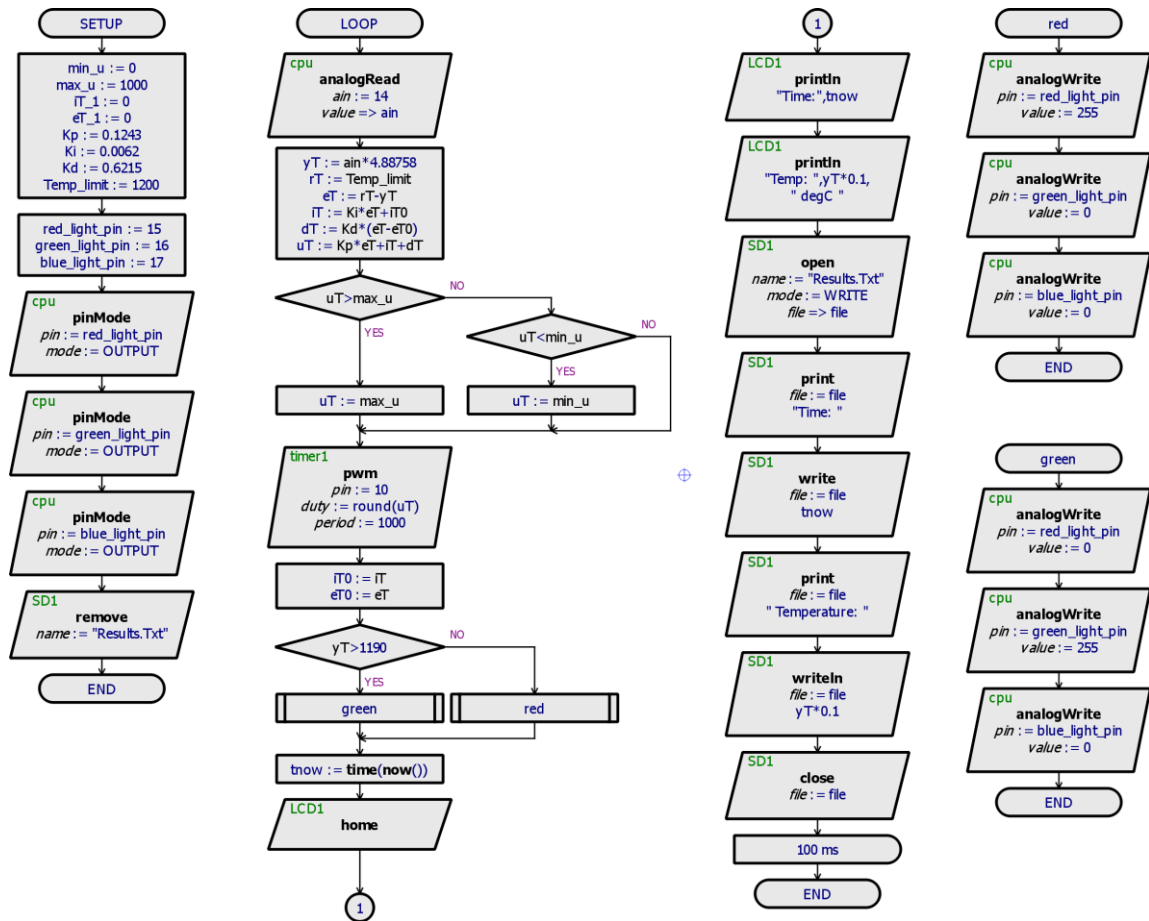


الشكل 2.2.6 خ. ذاكرة خارجية SD Card.

وعلى هذا الأساس، تم إدخال التحسينات المقترحة على التركيبة الالكترونية الرقمية والبرنامج لمراقبة درجة حرارة الفرن الكهربائي باستعمال المُرَاقِب PID كما هو موضح في الشكلين 2.2.6 (د، ذ)، على التوالي.

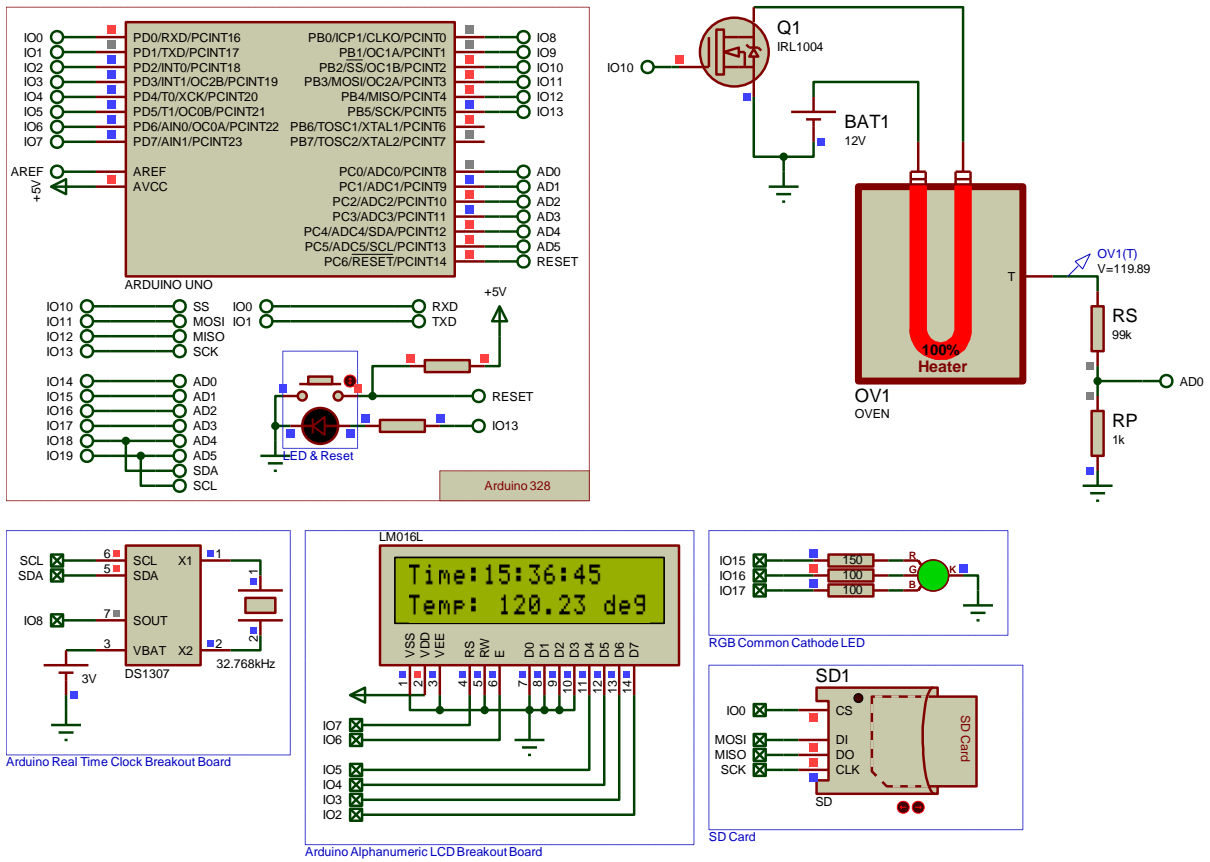


الشكل 2.2.6.د. التركيبة الالكترونية الرقمية "المُحسنة" لمراقبة حرارة الفرن الكهربائي.



الشكل 2.2.6.ذ. البرنامج بعد التعديل لمراقبة حرارة الفرن الكهربائي.

وعليه نتحصل على نتيجة التنفيذ في الشكل أدناه.



الشكل 2.2.6. نتيجة التنفيذ لمراقبة حرارة الفرن الكهربائي.

حيث أن معلومات عملية المراقبة يتم تخزينها في الذاكرة SD Card في الملف Results.txt.

كما يمكن معاينة نتيجة التنفيذ النهائية في الملف المُلحق Example\_PID\_Digital.mp4.

وعليه، يمكن تطبيق نظام مراقبة PID متكامل على أنظمة الرقابة الصناعية باستعمال وحدات المراقبة الإلكترونية التناظرية، الرقمية، أو مجتمعيتين معاً.



## خاتمة

وفي النهاية ، فإننا قد قمنا بتسليط الضوء على كل ما يتعلق بالمادة الاختيارية ESE20 من معلومات لفائدة طلبة الماستر 1 الكترونيك الأنظمة المضمنة، وقد أضلنا الجانب النظري لمراقبة أداء أنظمة الرقابة الصناعية باستعمال المراقب PID بمختلف الصيغ الرياضية، وكذا الجانب التطبيقي بمختلف نتائج المحاكاة المتحصل عليها في بيئة العمل MATLAB والملحق MATLAB / SIMULINK. كما قمنا بعرض نتائج المحاكاة في بيئة العمل PROTEUS باستعمال التراكيب الالكترونية بنوعها التناظرية والرقمية.

وبعد هذه الدراسة فإننا نوصي الطلبة بإجراء مختلف الأمثلة والتطبيقات التي تم التطرق إليها بتمعن قصد استيعاب الجانب النظري وكذا فهم النتائج المتحصل عليها. كما نأمل من جميع الطلبة اقتراح أمثلة وتطبيقات أخرى، مما يعمل على إثراء المادة العلمية.

ولا يفوتني في الأخير أن أتقدم بالشكر لطالب الماستر 2 الكترونيك الأنظمة المضمنة السيد مسعود شنيط على المساهمة الفعالة في مراجعة وتحقيق مختلف النتائج المتحصل عليها.

مستطع

22 ماي 2020 - 29 رمضان 1441